DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

Universidad del Valle

Matemáticas Básicas para la Salud
(111069M - Gr 1)

Taller de seguimiento #4

CALIFICACIÓN

9 de mayo de 2019

Instrucciones. *Primero lea cuidadosa y detalladamente el taller, después, responda de manera clara y ordenada. Justifique todas las respuestas.*

1. Una bacteria estomacal debe ser tratada con un determinado tratamiento antibiótico antes que estén presentes 10000 de ellas en el organismo, de lo contrario el tratamiento sugerido es otro. Si se sabe que su número se incrementa a razón del 5 % cada hora y que al inicio estaban presentes 400 bacterias, determine el número de bacterias $N(t)$ presentes después de t horas. ¿De cuánto tiempo se dispone antes de cambiar el tratamiento? (*sugerencia: suponga que la población de bacterias crece de manera exponencial.*

2. Se ha determinado experimentalmente que la mayoría de las sustancias radioactivas se desintegran exponencialmente, de manera que la cantidad de una muestra de tamaño inicial N_0 que permanece después de t años está dado por la función $N(t) = N_0e^{-kt}$. La constante positiva k mide la tasa de desintegración, pero esta tasa generalmente está dada al especificar la cantidad de tiempo t necesario para que se desintegre la mitad de una muestra. Este tiempo se denomina periodo radiactivo o vida media de la sustancia. Podemos calcular explícitamente el periodo radiactivo, tenemos

$$\frac{1}{2}N_0 = N_0e^{-kt}, \text{ de donde } t = \frac{\ln(2)}{k}.$$

El **yodo radioactivo** tiene un periodo radioactivo de 20.9 horas. Si se inyecta en el torrente sanguíneo, el yodo se acumula en la glándula tiroides.

   a) Después de 24 horas un médico examina la glándula tiroides de un paciente para determinar si su funcionamiento es normal. Si la glándula tiroides ha absorbido todo el yodo, ¿qué porcentaje de la cantidad original debería detectarse?

   b) Un paciente regresa a la clínica 25 horas después de haber recibido una inyección de yodo radiactivo. El médico examina la glándula tiroides del paciente y detecta la presencia de 41.3 % del yodo original. ¿Cuánto yodo radiactivo permanece en el resto del cuerpo del paciente?

3. La determinación y prescripción de las dosis de medicamentos son aspectos muy importantes en el área de la salud. Suponga que se quiere analizar el caso en que dosis iguales son administradas a un paciente cada I unidades de tiempo hasta que se alcance

Nombre del estudiante:

un nivel terapéutico y después la dosis es reducida lo suficiente para mantener el nivel terapéutico. La razón para mantener dosis reducidas está relacionada frecuentemente con los efectos tóxicos de las drogas. Supongamos que hay n dosis de P unidades cada una, una dosis se da en los tiempos $t = 0, I, 2I, ..., (n-1)I$, y que el nivel terapéutico T, es alcanzado en nI. Se sabe que en el instante $t = 0$ el paciente recibe las primeras P unidades de modo que la cantidad de droga en el cuerpo es P. En el instante $t = I$ la cantidad presente de la primera dosis es Pe^{-kt}, $k > 0$, además en ese momento las segundas P unidades son suministradas. Así la cantidad total de la droga presente es

$$P + Pe^{-kt}.$$

Continuando de esta manera, la cantidad T de medicamento presente, un intervalo de tiempo después de la última dosis $(t = nI))$ es

$$T = Pe^{-kI} + Pe^{-2kI} + ... + Pe^{-nkI}.$$

Multiplicando esta igualdad por e^{-kI} obtenemos

$$e^{-kI}T = Pe^{-2kI} + Pe^{-3kI} + ... + Pe^{-(n+1)kI}.$$

Restando las dos igualdades anteriores, se tiene que $T - e^{-kI}T = Pe^{-kI} - Pe^{-(n+1)kI}$. Despejando se tiene

$$T = P\,\frac{1 - e^{-knI}}{e^{kI} - 1}$$

obtenemos el nivel terapéutico en términos de la dosis P, los intervalos de tiempo I, el número de dosis n y la vida media.

Ahora el objetivo es mantener el nivel terapéutico en el paciente suministrando una dosis reducida R en los instantes $nI, (n+1)I, (n+2)I$, y así sucesivamente. En el instante $t = (n+1)I$ pero antes de suministrar la segunda dosis reducida, la cantidad de medicamento en el sistema proveniente de la primera dosis reducida es Re^{-kI}, y la cantidad que permanece del nivel terapéutico es Te^{-kI}. Suponga que se requiere que la suma de estas cantidades sea el nivel terapéutico, esto es, $T = Re^{-kI} + Te^{-kI}$. Despejando R y reemplazando T obtenemos

$$R = P(1 - e^{-nkI}).$$

La **Teofilina** es una droga utilizada en el tratamiento del asma bronquial y tiene una vida media de 8 horas en el sistema de un paciente relativamente sano y no fumador. Suponga que se dispone de 20 dosis para alcanzar el nivel terapéutico deseado cuando 100 miligramos le son administrados cada I horas. Determine el nivel terapéutico y la dosis reducida en función del tiempo I.

4. Un **decibel**, llamado así en honor de Alexander Graham Bell, es el incremento mínimo del volumen del sonido detectable por el oído humano. En física, se demuestra que cuando se dan dos sonidos de intensidades I_1 e I_2 (vatios/cm^3), la diferencia en volumen es D decibeles, donde

$$D = 10 \log \left(\frac{I_1}{I_2} \right)$$

Cuando el sonido se clasifica en relación con el umbral de audición humana ($I_0 = 10^{-12}$), el nivel de conversación normal es aproximadaente 60 decibeles, mientras que en un concierto de rock puede ser 50 decibeles más alto.

   a) ¿Cuánto más intenso es un concierto de rock que una conversación normal?

   b) El umbral de dolor se alcanza cuando el nivel de sonido es aproximadamente 10 veces tan alto como el de un concierto de rock. ¿Cuál es el nivel del umbral de dolor en decibeles?

5. Los psicólogos consideran que cuando se pide a una persona que recuerde un conjunto de eventos, el número de hechos recordados después de t minutos está dado por una función de la forma $Q(t) = A(1 - e^{-kt})$, donde k es una constante positiva y A es el número total de hechos importantes presentes en la memoria de la persona. ¿Qué ocurre a la función Q cuando t crece sin límite? Explique este comportamiento en términos prácticos.

6. Suponga que $N(t) = 10 + 2e^{-0,3t} sen(t)$, $t \geq 0$, describe el tamaño de una población, en millones, en el instante t, medido en semanas.

   a) Utilice una calculadora para graficar $N(t)$ y describa con palabras lo que ve.

   b) Obtenga $\lim_{x\to\infty} N(t)$ e interprete este resultado.