



DEPARTAMENTO DE  
MATEMÁTICAS  
Universidad del Valle  
Cálculo I (111050M - Gr 81)

CALIFICACIÓN

21 de mayo de 2019

Taller de seguimiento #0

**Instrucciones.** *Primero lea cuidadosa y detalladamente el taller, después, responda de manera clara y ordenada. Justifique todas las respuestas.*

1. Efectúe las siguientes operaciones:

a)  $7 + [10 - \{5 - (6 + 4)\}] - [15 + (4 - 3) + (18 - 2)] - 29$

b)  $8 - [3 * (-2)^2 + (4 + 3 * 8)] - 5 + \sqrt{9}$

2. Determine cuales de los siguientes enunciados son falsos y cuales verdaderos. Justifique su elección:

a)  $3 \in \mathbb{R}$

d)  $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$

g)  $-\frac{4}{3} \leq -\frac{6}{4}$

b)  $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{I}$

e)  $12,5 \in \mathbb{Z}$

h)  $\mathbb{I} \cup \mathbb{Q} = \mathbb{R}$

c)  $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$

f)  $2 \geq -4$

i)  $\mathbb{I} \cap \mathbb{Q} \neq \emptyset$

3. Teniendo en cuenta las operaciones entre racionales:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right) \left(\frac{c}{d}\right) = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{\left(\frac{c}{d}\right)} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

Evalúe cada una de las siguientes expresiones. Escriba las respuestas en los términos más simples.

a)  $\frac{4}{6} \div \left(\frac{2}{3} \times 8\right)$

d)  $\frac{\left(\frac{2a}{3b}\right)\left(\frac{4b}{5}\right)+a}{2b+\frac{b}{15}}$

b)  $(2x) \div \left(\frac{3xy}{5}\right)$

e)  $\left(\frac{a}{b} + \frac{2a}{3b}\right) \div \left[\left(\frac{3x}{8}\right) \div \left(\frac{x}{9}\right) + \frac{1}{4}\right]$

c)  $\left(\frac{5x}{2} \cdot \frac{3y}{4}\right) \div \left(\frac{x^2y}{12}\right)$

f)  $\frac{\frac{1}{2x} - \frac{1}{3x}}{\frac{1}{4y} - \frac{1}{5y}}$

4. Teniendo en cuenta las propiedades de los exponentes:

$a^n = a.a\dots a$ , con $n \in \mathbb{N}$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ , si $a \neq 0$	$(a^m)^n = a^{mn}$
$a^0 = 1$ , si $a \neq 0$	$a^n a^m = a^{n+m}$	$(ab)^n = a^n b^n$
$a^{-1} = \frac{1}{a}$ , si $a \neq 0$	$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ , si $a \neq 0$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Simplifique las expresiones siguientes. No use paréntesis ni exponentes negativos en la respuesta final:

- |                            |                                      |  |
|----------------------------|--------------------------------------|--|
| a) $(ab^{-3})^{-1}$        | c) $x^{-1} \div (x + x^{-1})^{-1}$   | e) $\frac{-(ab^2c)^{-1}}{a^{-2}bc^{-1}}$   |
| b) $(xy^2z^3)^{-1}(xyz)^3$ | d) $(xy)^{-1}(x^{-1} + y^{-1})^{-1}$ | f) $\frac{(x^{-3}y^4)^3}{(-3x^2y^{-2})^2}$ |

5. Teniendo en cuenta las propiedades de los exponentes racionales:

$\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$ , si $n$ es par $a \geq 0$	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$
$(\sqrt[n]{a})^m = a^{m/n}$	$\sqrt[n]{a^n} = a$ , si $n$ es impar
$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$	$\sqrt[n]{a^n} =  a $ , si $n$ es par
$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	

Simplifique las expresiones siguientes. No use paréntesis ni exponentes negativos en la respuesta final:

- a)  $\left(\frac{x^8y^{-4}}{16y^{4/3}}\right)^{-1/4}$
- b)  $\sqrt{\sqrt{2} + \sqrt{2 + 8\sqrt{6} - 4\sqrt{2}}}$
- c)  $\sqrt{a^2m - a^2n} + \sqrt[4]{(m-n)^2b^4} + \sqrt[6]{(m-n)^3c^6}$
- d)  $m^{-1}\sqrt{\frac{ab}{\sqrt[n]{ab}}}$
- e)  $\left[\left(\frac{x}{x^a}\right)^a \cdot \left(\frac{x^{2a}}{x^{a+1}}\right) \cdot \left(\frac{x^a}{x^{-1}}\right)^{a+1}\right]^{1/a}$

6. Resuelva las siguientes ecuaciones:

a)  $\frac{4}{x-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{20}{x^2-1}$

c)  $3x^2 - x - 2 = 0$

d)  $(x+1)^7 - 4x(x+1)^5 = 0$

b)  $(5x-4)(3+2x) = 0$

e)  $x^{\frac{2}{3}} + 4x^{\frac{1}{3}} - 5 = 0$

7. La columna de la izquierda en la tabla de la página siguiente es una lista de algunos errores algebraicos comunes. En cada caso, dé un ejemplo usando números que muestren que la fórmula no es válida. Un ejemplo de este tipo, que muestra que un enunciado es falso, se llama *contraejemplo*.

Error algebraico	Contraejemplo
$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \neq \frac{1}{a+b}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \neq \frac{1}{2+2}$
$(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$	
$\sqrt{a^2 + b^2} \neq a + b$	
$\frac{a+b}{a} \neq b$	
$(a^3 + b^3)^{1/3} \neq a + b$	
$a^m / a^n \neq a^{m/n}$	
$a^{-1/n} \neq \frac{1}{a^n}$	

8. Teniendo en cuenta las propiedades de las desigualdades:

a) $A \leq B \Leftrightarrow A \pm C \leq B \pm C$
b) Si $C > 0$ , entonces $A \leq B \Leftrightarrow A \cdot C \leq B \cdot C$
c) Si $C < 0$ , entonces $A \leq B \Leftrightarrow A \cdot C \geq B \cdot C$

Resuelva las siguientes inecuaciones. Exprese la solución en notación de intervalo e ilustre el conjunto solución en la recta real.

a)  $3(5x - 2) \leq 9x + 12$

d)  $x^2 + 5x - 14 > 0$

b)  $-6 \leq 4x - 1 < 2$

e)  $-2 < \frac{x+1}{x+3}$

c)  $3x + 4 \leq 2x - 1 \leq 3x + 6$

f)  $x^5 > x^2$

9. Teniendo en cuenta las propiedades de las desigualdades con valor absoluto:

a)  $|x| < c \Leftrightarrow -c < x < c$

b)  $|x| \leq c \Leftrightarrow -c \leq x \leq c$

c)  $|x| > c \Leftrightarrow (x < -c) \vee (c < x)$

d)  $|x| \geq c \Leftrightarrow (x \leq -c) \vee (c \leq x)$

Resuelva las siguientes inecuaciones. Exprese la solución en notación de intervalo e ilustre el conjunto solución en la recta real.

a)  $|x - 5| > 4$

d)  $|x - 3| + |x - 2| \geq 2$

b)  $|4 - x| \leq \frac{1}{2}$

e)  $\frac{|2x - 5|}{x + 1} > 2$

c)  $|3x + 4| < x - 1$

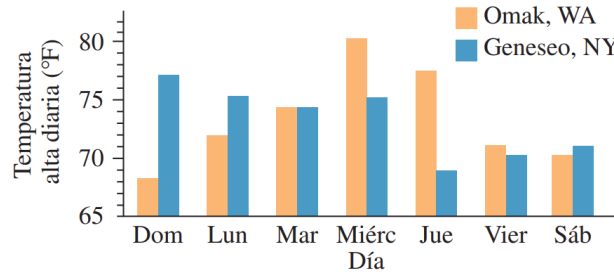
f)  $|3x - 7| \leq 4x$

### Problemas de aplicación

#### GUÍA PARA MODELAR CON ECUACIONES

1. **Identifique la variable.** Identifique la cantidad que el problema le pide hallar. En general, esta cantidad puede ser determinada por una cuidadosa lectura de la pregunta que se plantea al final del problema. Después introduzca notación para la variable (llámela  $x$  o alguna otra letra).
2. **Transforme palabras en álgebra.** De nuevo lea cada oración del problema y exprese, en términos de la variable que haya definido en el Paso 1, todas las cantidades mencionadas en el problema. Para organizar esta información, a veces es útil trazar un diagrama o hacer una tabla.
3. **Formule el modelo.** Encuentre el dato de importancia decisiva en el problema, que dé una relación entre las expresiones que haya citado en el Paso 2. *Formule una ecuación (o modelo)* que exprese esta relación.
4. **Resuelva la ecuación y compruebe su respuesta.** Resuelva la ecuación, verifique su respuesta, y exprésela como una oración que conteste la pregunta planteada en el problema.

- La gráfica de barras muestra las altas temperaturas diarias para Omak, Washington, y Geneseo, Nueva York, durante cierta semana en junio. Represente con  $T_O$  la temperatura en Omak y  $T_G$  la temperatura en Geneseo. Calcule  $T_O - T_G$  y  $|T_O - T_G|$  para cada día que se muestra. ¿Cuál de estos dos valores da más información?



- Debido a la curvatura de la Tierra, la distancia máxima  $D$  a la que se puede ver desde lo alto de un edificio de altura  $h$  se calcula con la fórmula

$$D = \sqrt{2rh + h^2}$$

donde  $r$  3960 millas es el radio de la Tierra y  $D$  y  $h$  también se miden en millas. ¿A qué distancia se puede ver desde la cubierta de observación de la Torre Colpatria de Bogotá, que está a 644 pies sobre el suelo?

- Se construye una alcantarilla con grandes capas cilíndricas vaciadas en concreto, como se muestra en la figura. Usando la fórmula para el volumen de un cilindro.



- Determine el volumen del cilindro hueco.
- Factorice la expresión anterior para mostrar que

$$V = 2\pi \cdot \text{radio promedio} \cdot \text{altura} \cdot \text{grosor}$$

Use el diagrama *desenrollado* para explicar por qué esto tiene sentido geoméricamente hablando.

- Cada semana, un campo cuadrado de cierto parque estatal es podado alrededor de los bordes. El resto del campo se mantiene sin podar para que sirva como hábitat para aves y animales pequeños. El campo mide  $b$  pies por  $b$  pies, y la franja podada es de  $x$  pies de ancho. Determine el área de la parte podada.
- A medida que el concreto se seca, se contrae; cuanto más alto es el contenido de agua, mayor es la contracción. Si una viga de concreto tiene un contenido de agua de  $w$

$kg/m^3$ , entonces se contraerá con un factor

$$S = \frac{0,032w - 2,5}{10000}$$

donde  $S$  es la fracción de la longitud original de la viga que desaparece debido a la contracción

- Una viga de 12,025  $m$  de largo es vaciada en concreto que contiene 250  $kg/m^3$  de agua. ¿Cuál es el factor de contracción  $S$ ? ¿Qué largo tendrá la viga cuando se haya secado?
- Una viga mide 10,014  $m$  de largo cuando está húmeda. Deseamos que se contraiga a 10,009  $m$ , de modo que el factor de contracción sea  $S = 0,00050$ . ¿Qué contenido de agua dará esta cantidad de contracción?



- Una pista de carreras tiene la forma con costados rectos y extremos semicirculares. Si la longitud de la pista es de 440 yardas y las dos partes rectas miden 110 yardas de largo cada una, ¿cuál es el radio de las partes semicirculares (aproxime a la yarda más cercana)?
- Un plomero y su ayudante trabajan juntos para cambiar las tuberías de una casa vieja. El plomero cobra \$45 por hora por su propio trabajo y \$25 por hora por el trabajo del ayudante. El plomero trabaja el doble de tiempo que su ayudante en el trabajo, y el cobro por mano de obra en la factura final es de \$4025. ¿Cuánto tiempo trabajaron el plomero y su ayudante en este trabajo?
- Un leñador determina la altura de un árbol alto al medir uno más pequeño que está a 125 pies de distancia del primero, y luego moviéndose de manera que sus ojos estén en la línea de vista a lo largo de las cumbres de los árboles y midiendo la distancia a la que él está del árbol pequeño. Suponga que el árbol pequeño mide 20 pies de alto, el hombre está a 25 pies del árbol pequeño y el nivel de sus ojos está a 5 pies sobre el suelo. ¿Cuál es la altura del árbol más alto?
- El radiador de un auto está lleno de una solución al 60% de anticongelante y 40% de agua. El fabricante del anticongelante sugiere que para operar el auto en verano, el enfriamiento óptimo del auto se obtiene con sólo 50% de anticongelante. Si la capacidad del radiador es 3.6  $L$ , ¿cuánto líquido de enfriamiento debe drenarse y sustituirse con agua para reducir la concentración de anticongelante al nivel recomendado?
- Si un fabricante vende  $x$  unidades de cierto producto, el ingreso  $R$  y el costo  $C$  (en dólares) están dados por  $R = 20x$  y  $C = 2000 + 8x + 0,0025x^2$ . Utilice el hecho de que  $utilidad = ingreso - costo$  para determinar cuántas unidades debe vender el fabricante para disfrutar de una utilidad de al menos \$2400.