

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

Curso: Cálculo II (C.E)

Profesor: Victor Hugo Gil A.

Estudiante 1.....

Estudiante 2.....

Estudiante 3.....

Actividad

Ejercicio 1. Suponga que las utilidades, P , de una compañía como función del gasto, A , en publicidad satisface la ecuación diferencial

$$\frac{dP}{dA} = k(C - A)$$

en donde k y C son constantes positivas. Considerando el signo de dp/dA para $A < C$ y para $A > C$, proporcione el significado de la constante C . Resuelva la ecuación diferencial para $P(A)$ dado que $P(0) = 100$, $P(100) = 1100$ y $P(200) = 1600$, calcule el gasto óptimo en publicidad.

Ejercicio 2. PRINCIPIO ECOÓMICO DE OFERTA Y DEMANDA

El precio de un bien en cualquier tiempo t o sea $p(t)$, está determinado por la condición de que la demanda en t es igual a la oferta en t , es decir

$$f(t, p, p') = g(t, p, p')$$

Como se puede ver la ecuación anterior es una EDO de primer orden, con función desconocida $p(t)$.

La oferta y la demanda de un bien están dados en miles de unidades respectivamente por

$$O(t) = 320 - 10p(t) - 6p'(t) \text{ \& } D(t) = 80 + 6p(t) + 2p'(t).$$

El precio del bien en $t = 0$, es \$60.

- a) Encontrar el precio en cualquier tiempo t posterior y obtener su gráfico.
- b) Determinar si hay estabilidad de precio y el precio de equilibrio si existe

Ejercicio 3. (*Use el principio económico de la oferta y la demanda*)

Si la demanda y la oferta de cierto bien de consumo están definidas respectivamente por $D(t) = 5p'' - 4p' - 4$ y $O(t) = 6p'' - 2p' + p - 4$. Encontrar el precio en cualquier tiempo t posterior y obtener sus gráficos.

Ejercicio 4. INVENTARIO

El principio económico de oferta y demanda no examina la situación dinámica donde la oferta y la demanda no son iguales. En este caso la oferta varía con el tiempo para satisfacerla. Si por ejemplo, la oferta es mayor que demanda, entonces los productores tienen en su haber una cierta cantidad de bien, la cual se llama *inventario*, el cual por supuesto, esperan vender. Si la situación se presenta al contrario, es decir la demanda es mayor que la oferta, entonces los productores deben adquirir inventario. El problema es entonces, formular matemáticamente cómo el inventario cambia con el tiempo como un resultado de la interacción de oferta y demanda. El procedimiento se explica a continuación:

Sea $q(t)$ el número de unidades de un bien cualquiera en un tiempo t . La variación instantánea de $q(t)$ es precisamente la diferencia entre oferta y demanda:

$$\frac{dq}{dt} = O(t) - D(t)$$

En el caso especial en que q es constante, $O = D$.

Ahora, si se supone que el productor desea proteger sus utilidades, para lo cual se requiere que la tasa a la cual incrementará el precio sea proporcional a la tasa a la cual declina el inventario, esto es:

$$\frac{dp}{dt} = -\alpha \frac{dq}{dt}$$

donde $\alpha > 0$ es la constante de proporcionalidad, que se asume conocida.

De acuerdo a lo anterior podemos decir que el problema con condiciones iniciales que modela la dinámica anterior se puede escribir como:

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt} = -\alpha [O(t) - D(t)] \\ p(0) = p_0 \end{cases} \quad (1)$$

La oferta y la demanda de un producto de consumo, están definidas en términos del precio por las expresiones: $O(t) = 60 + 2p$ y $D(t) = 120 - 3p$. Si la constante de proporcionalidad es $\alpha = 4$ y el precio inicial es 8 unidades monetarias:

- a) Definir el problema de valor inicial asociado a esta situación.
- b) Resolver el problema de valor inicial y graficar la solución.