



DEPARTAMENTO DE
MATEMÁTICAS
Universidad Autónoma de
Occidente

CALIFICACIÓN

11 de abril de 2019

Ecuaciones Diferenciales (131231 - Gr 2)
Taller

Instrucciones. *Primero lea cuidadosa y detalladamente el taller, después, responda de manera clara y ordenada. Justifique todas las respuestas.*

Ejercicio 1. Considere tres tanques que tienen una mezcla de Agua y Alcohol. (El volumen total de la mezcla (*solución*) del tanque *A* es de 500 litros y el volumen del tanque *B* es de 1000 litros y el volumen del tanque *C* es de 400 litros).

La concentración inicial de alcohol para el tanque *A* es 0% (*significa agua pura*).

La concentración inicial de alcohol para el tanque *B* es 0% (*significa agua pura*).

La concentración inicial de alcohol para el tanque *C* es 0% (*significa agua pura*).

Hay una salida para el tanque *A* a través del cual la solución sale a una velocidad de 15 litros / min.

Hay dos salidas para el tanque *B* y la solución sale a una velocidad de 5 litros / min a través de una salida y la solución sale a una tasa de 13 litros / min a través de la otra salida.

Hay dos salidas para el tanque *C* y la solución sale a una velocidad de 3 litros / min a través de una salida y la solución sale a una tasa de 10 litros / min a través de la otra salida.

Hay dos entradas para el tanque *A*. Entra una solución (mezcla de agua y alcohol) a una velocidad de 10 litros / min con una concentración del 10% a través de una entrada y la solución (mezcla de agua y alcohol) a una velocidad de 5 litros / min con la concentración aún desconocida a través de una entrada.

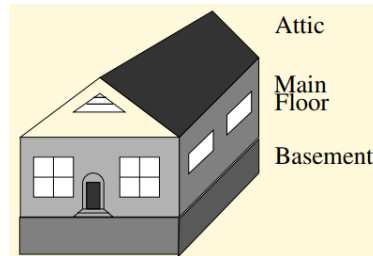
Hay dos entradas para el tanque *B*. Entra una solución (mezcla de agua y alcohol) a una velocidad de 15 litros / min con la concentración aún desconocida a través de la entrada y la solución (mezcla de agua y alcohol) a una velocidad de 3 litros / min con la concentración aún desconocida a través de una entrada.

Hay una entrada para el tanque *C*. Una solución (mezcla de agua y alcohol) está llegando a una velocidad de 13 litros / min con la concentración aún desconocida a través de la entrada.

De acuerdo al contexto anterior:

- Realice un diagrama en el cual se observen los tres tanques interconectados.
- Proponga un problema de valor inicial que describa la dinámica de la concentración de alcohol en los tanques *A*, *B* y *C*.
- Escriba el Problema de valor inicial en forma matricial.

Ejercicio 2. Considere una casa típica canadiense con ático, sótano y piso principal con aislamiento.



Es habitual rodear el área de estar principal con aislamiento, pero el área del ático tiene paredes y techo sin aislamiento.

Las paredes y el suelo en el sótano están aislados por tierra.

El techo del sótano está aislado por el espacio de aire en las vigas, una capa de piso en el piso principal y una capa de paneles de yeso en el sótano.

El propósito ahora es el de analizar los cambios de temperatura en los tres niveles utilizando la ley de enfriamiento de Newton y las variables

$z(t)$ = Temperatura en el ático

$y(t)$ = Temperatura en el salón principal

$x(t)$ = Temperatura en el sótano

t = Tiempo en horas.

Supongamos que es tiempo de invierno y la temperatura exterior es constante con $35^\circ F$ durante el día. También se asume una temperatura de la tierra del sótano es de $45^\circ F$. Inicialmente, el calefactor está apagado por varios días. Los valores iniciales al mediodía ($t = 0$) son entonces $x(0) = 45$, $y(0) = z(0) = 35$.

Calefactor portátil. Un pequeño calentador eléctrico se enciende al mediodía en el salón principal, con el termostato ajustado a $100^\circ F$. Cuando el calentador está funcionando, proporciona un aumento de $20^\circ F$ **por hora**, por lo tanto, toma algún tiempo alcanzar los $100^\circ F$.

Las constantes de transferencia de calor entre las diferentes zonas son:

- Las paredes y el piso del sótano es de 2 horas.
- El techo del sótano es de 2 horas.
- Las paredes del salón principal es de 4 horas.
- El techo del salón principal es de 4 horas.
- Las paredes del ático y el techo es 2 horas.

Proponga un problema de valor inicial que describa la dinámica de la temperatura en los tres salones.