UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

Course: Calculus II
Teacher: Victor Hugo Gil A. 03/04/2019

Exercises # 4

Instructions. *First read the workshop carefully, then respond in a clear and orderly manner. Justify all answers.*

1.(**Cylindrical coordinates**) Converting triple integrals to cylindrical coordinates.

a)
$$\int_{-2}^{2}\int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}}\int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{2} xz\,dz\,dx\,dy$$

b)
$$\int_{-1}^{1}\int_{0}^{\sqrt{1-y^2}}\int_{x^2+y^2}^{\sqrt{x^2+y^2}} xyz\,dz\,dx\,dy$$

c)
$$\int_{-2}^{2}\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}}\int_{0}^{4-x^2-y^2} y^2\,dz\,dy\,dx$$

d)
$$\int_{-1}^{1}\int_{0}^{\sqrt{1-x^2}}\int_{0}^{y} x^2\,dz\,dy\,dx$$

e)
$$\int_{-2}^{2}\int_{0}^{\sqrt{4-x^2}}\int_{x^2+y^2}^{4} f(x,y,z)\,dz\,dy\,dx$$

f)
$$\int_{-1}^{1}\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}\int_{x^2+y^2}^{2-x^2-y^2} (x^2+y^2)^{3/2}\,dz\,dy\,dx$$

g)
$$\int_{0}^{1}\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}\int_{-(x^2+y^2)}^{(x^2+y^2)} xy^2\,dz\,dy\,dx$$

2.(**Spherical coordinates**) Converting triple integrals to spherical coordinates.

a)
$$\int_{0}^{1}\int_{0}^{\sqrt{1-x^2}}\int_{0}^{\sqrt{1-x^2-y^2}} (x^2+y^2+z^2)^2\,dz\,dy\,dx$$

b)
$$\int_{0}^{3}\int_{0}^{\sqrt{9-y^2}}\int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{18-x^2-y^2}} x^2+y^2+z^2\,dz\,dx\,dy$$

4.(**Cylindrical coordinate problems**)

a) Resolver
$$I = \iiint_E y\,dE$$
Sea E es la región de $\mathbb{R}^3$ que esta por debajo del plano $z = x+2$ y encima del plano xy y entre los cilindros $x^2+y^2=1$ y $x^2+y^2=4$.

b) El solido E se encuentra dentro del cilindro $x^2+y^2=1$ y debajo del plano $z=2$ y encima del paraboloide $z=x^2+y^2$. Halle este volumen.

c) Calcular el volumen del solido limitado por el plano xy, el cilindro $x^2+y^2=1$ y el paraboloide $z=4-x^2-y^2$.

d) Calcular el volumen del solido limitado por los paraboloides $z=x^2+y^2$ y $z=4-x^2-y^2$.

4.(**Spherical coordinate problems**)

a) Resolver

$$I = \int\!\!\int\!\!\int_E \sqrt{x^2+y^2+z^2}\; e^{-x^2+y^2+z^2}\; dE$$

Sea D es la región de $\mathbb{R}^3$ limitada por las superficies $x^2+y^2+z^2=a^2$ y $x^2+y^2+z^2=b^2$ con $0<b<a$ anillo esférico.

b) Resolver

$$I = \int\!\!\int\!\!\int_E 16z\; dE$$

Sea E es la región de $\mathbb{R}^3$ limitada por el hemisferio superior de la esfera $x^2+y^2+z^2=1$.

c) Calcular el volumen del solido limitado por la esfera $x^2+y^2+z^2=4$ y por el cono $z=\sqrt{x^2+y^2}$.

d) Resolver

$$I = \int\!\!\int\!\!\int_E z\; dE$$

Sea E es la región de $\mathbb{R}^3$ limitada por las superficies $x^2+y^2+z^2=1$ y $x^2+y^2+z^2=4$ en el primer octante.

e) Halle el volumen del solido dentro de la esfera $x^2+y^2+z^2=4$, por encima del plano xy y debajo del cono $z=\sqrt{x^2+y^2}$.

f) Use coordenadas esféricas para encontrar el volumen del solido que esta por encima del cono $z=\sqrt{x^2+y^2}$ y debajo de la esfera $x^2+y^2+z^2=z$