UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

Curso: Calculo II (131230)
Profesor: Victor Hugo Gil A. $febrero/2019$

Ejercicios # 2a

Instrucciones. *Primero lea cuidadosa y detalladamente el taller, después, responda de manera clara y ordenada. Justifique todas las respuestas.*

1. sea $f(x, y) = x^2 + y^2$ pruebe que es diferenciable en $(0, 0)$.

2. Sea $z = ln(x^2 + y)$. Comprobar que $z_{xy} = z_{yx}$, en los puntos donde esta igualdad tenga sentido.

3. Probar que la función $z = \arctan(\frac{x}{y})$ satisface la ecuación de Laplace $z_{xx} + z_{yy} = 0$.

4.El radio de la base y la altura de un cono circular recto se han medido dando como resultado 10 y 25 centímetros, respectivamente, con un posible error en la medida de 0.1 centímetros como máximo en cada medición. Utilizar la diferencial para estimar el error que se produce en el cálculo del volumen del cono.

5. Si tres resistencias de R_1, R_2 y R_3 ohms se conectan en paralelo para obtener una resistencia de R ohms, el valor de R se puede determinar mediante la ecuación

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Determine el valor de $\frac{\partial R}{\partial R_2}$ cuando $R_1 = 30, R_2 = 45$, y $R_3 = 90$ ohms.

6. Determine f_{yxyz} si $f(x, y, z) = 1 - 2xy^2z + x^2y$.

7. Determine $\frac{\partial z}{\partial x}$ si la ecuación

$$yz - lnz = x + y$$

define a z como función de las dos variables independientes x, y y la derivada parcial existe.

8. Determine el valor $\frac{\partial z}{\partial x}$ en el punto $(1, 1, 1)$ si la ecuación

$$xy + z^3x - 2yz = 0$$

define a z como función de las dos variables independientes x, y y la derivada parcial existe.

9. La ecuación de Laplace tridimensional

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0$$

se satisface por las distribuciones de temperatura estacionarias en el espacio, por los potenciales gravitatorios y los potenciales electrostáicos.
Muestre que cada una de las siguientes funciones satisfacen **la ecuación de Laplace tridimensional.**

a) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - 2z^2$
b) $f(x, y, z) = 2z^3 - 3z(x^2 + y^2)$
c) $f(x, y, z) = e^{3x+4y}\cos(5z)$

10. Si nos paramos en la orilla del mar y tomamos una foto de las ondas, el rango muestra un patrón regular de picos y valles en un instante de tiempo. Vemos el movimiento vertical periódico en el espacio, con respecto a la distancia. Si nos paramos en el agua, podemos sentir cómo sube y baja el agua con las olas. Vemos el movimiento vertical periódico en el tiempo. En física, esta bella simetría se expresa mediante la **ecuación de onda en una dimensión (espacial)**

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

donde w es la altura de la onda, x es la variable de distancia, t es la variable de tiempo y c es la velocidad de propagación de las ondas.
Muestre que cada una de las siguientes funciones satisfacen la **ecuación de onda en una dimensión (espacial)**:

a) $w = \sin(x + ct)$

b) $w = \sin(x + ct) + \cos(2x + 2ct)$

c) $w = ln(2x + 2ct)$

d) $w = 5\cos(3x + 3ct) + e^{x+ct}$