

UNIVERSIDAD DEL VALLE  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

Curso: Cálculo I (111050M)

Profesor: Victor Hugo Gil A.

07/09/2018

Ejercicios # 1

**Instrucciones.** *Primero lea cuidadosa y detalladamente el taller, después, responda de manera clara y ordenada. Justifique todas las respuestas.*

1. Simplifique tanto como sea posible las siguientes expresiones.

a)  $\frac{x}{x^2 - 9} - \frac{x + 1}{x^2 - 4x + 4} + \frac{2x}{x + 3}$

c)  $\frac{x^3 + 1}{x^{1/2}} \div \frac{x^2 - 1}{x^{3/2} - x^{1/2}}$

b)  $\frac{x^{-1} + y^{-1}}{(xy)^{-1}}$

d)  $\left(1 + (x^{-1} - 1)^{-1}\right)^{-1}$

2. Resuelva las siguientes ecuaciones.

a)  $|2x - 3| = x + 5$

c)  $(4 - 2x) + 3(x - 1) = x + 1$

b)  $\left|3x + \frac{1}{4}\right| = |x - 6|$

d)  $\sqrt{x - 4} - x + 4 = 0$

3. Resuelva las siguientes inecuaciones.

a)  $|x - 1| < 2|x - 3|$

c)  $\frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 1} > 0$

b)  $\left|\frac{x+2}{x-6}\right| - \left|\frac{x-1}{x-3}\right| < 0$

d)  $(x - 2)(x + 2) < 5$

4. Demuestre que si  $a > b > 0$ , entonces  $a > \frac{1}{2}(a + b) \geq \sqrt{ab} > \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} > b$

5. Demuestre que para todo  $a, b, c \in \mathbb{R}^+$  se cumple  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

6. Si  $a^2 + b^2 = x^2 + y^2 = 1$ , demostrar que  $ax + by \leq 1$

7. Si  $x + y + z = 6$ , demostrar que  $x^2 + y^2 + z^2 \geq 12$

8. Si  $n \in \mathbb{N}, n > 1$ ; demostrar que  $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < 2 - \frac{1}{n}$

## Aplicaciones.

1. Halle las dimensiones del rectángulo con perímetro  $96m$  y área  $380m^2$ .
2. Un estudiante debe mantener un promedio numérico final en cinco exámenes de 80% a 89%, para obtener una nota final de  $B$  en el curso de cálculo. Si en los primeros cuatro exámenes obtuvo una nota de 96%, 70%, 81% y 95%. ¿Qué calificación deberá obtener en el examen final para obtener una nota de  $B$ ?
3. La empresa *Rodillos y Balineras* Cali fabrica cojinetes de balines para equipos de precisión. Uno de sus productos es un cojinete con un radio establecido de  $3\text{ cm}$ . Sólo son aceptables los cojinetes con un radio que difiere no más de  $1\text{ mm}$  de la medida establecida. Escriba una desigualdad con valor absoluto que tenga como soluciones todos los radios posibles que sean aceptables por la empresa. Resuelva la desigualdad para determinar esos radios.
4. Se lanza una flecha con una velocidad inicial de  $25\text{ m/s}$ . La altura de la flecha depende del tiempo y está dada por la relación  $H = -10t^2 + 25t$ . Hallar la altura de la flecha al cabo de 2 segundos. ¿Para qué intervalo de tiempo la flecha esta a una altura superior a  $3\text{ m}$  por encima del suelo?
5. Hallar cuatro enteros pares consecutivos, tales que la suma de los tres primeros exceda al cuarto en 8.
6. Si un lado de un triángulo es la tercera parte del perímetro, el segundo lado mide  $7\text{ cm}$  y el tercer lado es un quinto del perímetro, ¿cuál es el perímetro del triángulo?
7. Una lancha tarda 1,5 veces más al remontar un río y recorrer 360 millas contra la corriente, que al regreso. Si navega a una velocidad de 15 millas por hora en agua tranquila, ¿cuál es la velocidad de la corriente?
8. La edad de un padre es el cuadrado de la de su hijo. Dentro de 24 años la edad del padre será el doble de la del hijo. ¿Cuántos años tiene ahora cada uno?
9. Calcular la hipotenusa de un triángulo rectángulo, sabiendo que las medidas de sus lados son tres números consecutivos.