

Universidad Autónoma de Occidente

Ecuaciones diferenciales

Victor Hugo Gil Avendaño

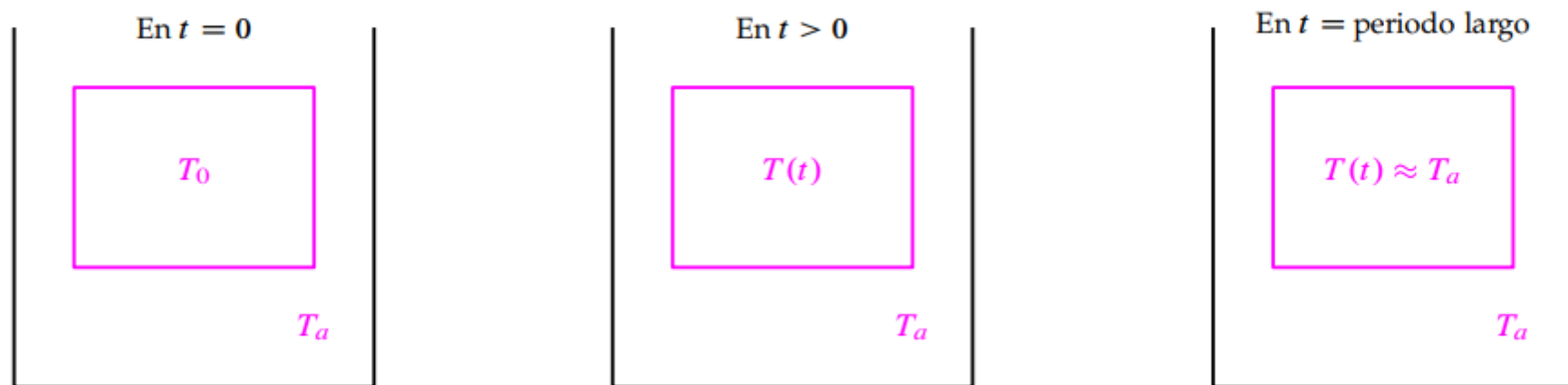
15/02/2019

Problema

(*Gripe aviar*) En una granja de 40.000 aves hay un pollo contagiado con la gripe aviar. Si suponemos que la rapidez de contagio es directamente proporcional al número de aves contagiadas multiplicado por el número de no contagiadas, siendo la constante de proporcionalidad $k = 4 \times 10^{-5}$ (midiendo el tiempo en días), determinar en cuánto tiempo un 75% de los pollos de la granja quedarían infectados.

Ley de Enfriamiento de Newton

Si un cuerpo u objeto que tiene una temperatura T_0 es depositado en un medio ambiente que se mantiene a una temperatura T_a constante, con $T_a \neq T_0$, la experiencia nos dice que, al paso del tiempo, la temperatura del cuerpo tiende a ser igual a la del medio circundante. Es decir, si $T(t)$ es la temperatura del cuerpo en el tiempo t , entonces $T(t) \rightarrow T_a$ cuando t crece. Es posible representar esto en un diagrama como sigue:



Para modelar la temperatura del objeto utilizamos la ley de Enfriamiento de Newton; ésta afirma que la rapidez de cambio de la temperatura de un cuerpo es directamente proporcional a la diferencia de temperaturas entre el cuerpo y el medio circundante. Esto es,

Problema

Una pequeña barra de metal, cuya temperatura inicial es de 20°C , se deja caer en un recipiente con agua hirviendo. Sabiendo que su temperatura aumentó 2°C en un segundo:

1. Calcular la función que nos proporciona la temperatura del cuerpo en cada instante t .
2. Calcular el tiempo que tarda la barra en alcanzar 90°C .
3. Calcular el tiempo que tarda la barra en alcanzar 98°C .

Problema

Un objeto que pesa 30Kg se deja caer desde una altura de 40 mt, con una velocidad de 3m/s. supóngase que la resistencia del aire es proporcional a la velocidad del cuerpo. Se sabe que la velocidad límite debe ser 40m/s. Encontrar la expresión de la velocidad en un tiempo t . La expresión para la posición del cuerpo en un tiempo t cualquiera.

Problema

Un objeto con masa de 100 Kg. , inicialmente en reposo, se deja caer al agua desde un barco, y se sumerge. Mientras la gravedad atrae al objeto hacia abajo, una fuerza de boyanza igual a $1/40$ del peso del objeto lo empuja hacia arriba (peso = mg). Si se supone que la resistencia del agua ejerce una fuerza sobre el objeto que es proporcional a la velocidad del propio objeto, con constante de proporcionalidad igual a 10 Kg./seg. , encontrar la ecuación del movimiento del objeto. ¿Cuántos segundos transcurrirán para que la velocidad del objeto sea de 70 m/seg. ?