

Orden en \mathbb{R}

Sección J. Demostrar que:

1. la suma de un natural par mas un impar, es impar.
2. el producto de un natural par por un impar, es par.
3. el cuadrado de un natural par, es par.
4. el cubo de un natural impar, es impar.
5. La diferencia de dos naturales pares, es par.
6. La suma de dos naturales impares, es par.
7. el cuadrado de un natural impar, es impar

Soluciones: $n \in \mathbb{N} \Rightarrow 2n$ es natural par

$m \in \mathbb{N} \Rightarrow 2m+1$ (ó $2m-1$) es natural impar

1. $2n + (2m+1) = (2n+2m)+1 = 2(n+m)+1$; impar

2. $2n(2m+1) = 2n \cdot 2m + 2n \cdot 1 = 4nm + 2n = 2(2nm+n)$; par

3. $(2n)^2 = 4n^2 = 2(2n^2)$; par

4. $(2m+1)^3 = 8m^3 + 12m^2 + 6m + 1 = 2(4m^3 + 6m^2 + 3m) + 1$
; impar

5. $2m - 2n = 2(m-n)$; par

6. $(2m+1) + (2n+1) = 2m + 2n + 2 = 2(m+n+1)$; par

7. $(2m+1)^2 = 4m^2 + 4m + 1 = 2(2m^2 + 2m) + 1$; impar

Sección I. - Dar la solución conjuntista y la solución gráfica correspondiente a $\frac{1}{4}$ de las si-



iguales inecuaciones:

8.- $\frac{x-3}{2x} \leq 1$

9.- $\frac{x-3}{2} \leq 1$

10.- $\frac{x-3}{2} < 1$

11.- $\frac{x^2}{x-1} < 0$

12.- $\frac{x^2}{x-1} > 0$

13.- $\frac{x+1}{x^2} > 0$

Soluciones:

8.- Si: $2x > 0 \Rightarrow x > 0$

Si: $2x < 0 \Rightarrow x < 0$

Entonces:

Entonces:

$x-3 \leq 2x$

$x-3 \geq 2x$

$-3 \leq x$

$-3 \geq x$

Luego:

Luego:

$$\begin{array}{l} x > 0 \\ x \geq -3 \end{array} \Rightarrow x > 0$$

$$\begin{array}{l} x < 0 \\ x \leq -3 \end{array} \Rightarrow x \leq -3$$

Sol. Conjuntista: $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -3 \text{ ó } x > 0\}$

Sol. Gráfica:

9.- $\frac{x-3}{2} \leq 1 \Rightarrow x-3 \leq 2 \Rightarrow x \leq 5$

Sol. Conjuntista: $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 5\}$

Sol. Gráfica:

10.- $\frac{x-3}{2} < 1 \Rightarrow x-3 < 2 \Rightarrow x < 5$

Sol. Conjuntista: $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 5\}$

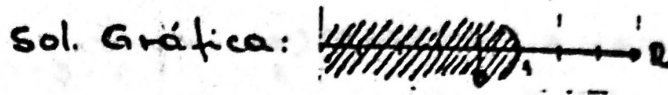
Sol. Gráfica:

11.- $x^2 \geq 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Si: $\frac{x^2}{x-1} < 0$, entonces:

$x-1 < 0$. Luego: $x < 1$.

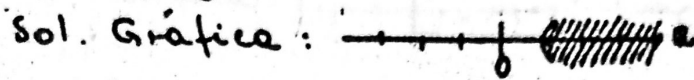
Sol. Conjuntista: $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\}$

Orden en \mathbb{R}



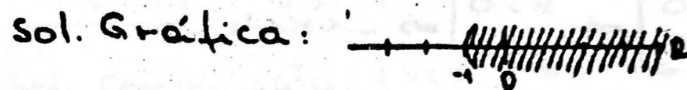
12. Si: $\frac{x^2}{x-1} > 0$, entonces: $x-1 > 0$. Luego: $x > 1$

Sol. Conjuntista: $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$



13. Si: $\frac{x+1}{x^2} > 0$, y $x^2 > 0$, entonces: $x+1 > 0$. Luego:
 $x > -1$

Sol. Conjuntista: $\{x \in \mathbb{R} \mid x > -1\}$



Sección III. Dar la solución conjuntista y la solución gráfica correspondiente a $\frac{1}{4}$ de las siguientes inecuaciones:

14.- $x^2 + 9x - 10 < 0$

15.- $x^2 + 9x < -8$

16.- $x^2 - 5x < 0$

17.- $x^2 - 5x \geq 0$

18.- $x^2 - 9 \geq 0$

19.- $x^2 - 9 < 0$

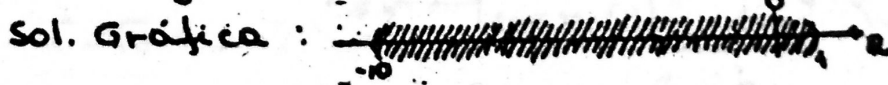
Soluciones:

14.- $x^2 + 9x - 10 < 0 \Rightarrow (x+10)(x-1) < 0 \Rightarrow$

$\begin{array}{l} x+10 > 0 \\ x-1 < 0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x > -10 \\ x < 1 \end{array} \Rightarrow -10 < x < 1$

ó $\begin{array}{l} x+10 < 0 \\ x-1 > 0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x < -10 \\ x > 1 \end{array} \Rightarrow$ No da solución en \mathbb{R}

Sol. Conjuntista: $\{x \in \mathbb{R} \mid -10 < x < 1\}$



Factorizo

$$15. \quad x^2 + 9x + 8 < 0 \Rightarrow (x+8)(x+1) < 0 \Rightarrow$$

$$\begin{array}{l|l} x+8 > 0 & x > -8 \\ x+1 < 0 & x < -1 \end{array} \Rightarrow -8 < x < -1$$

$$\text{ó} \begin{array}{l|l} x+8 < 0 & x < -8 \\ x+1 > 0 & x > -1 \end{array} \Rightarrow \text{No dá solución en } \mathbb{R}$$

Sol. Conjuntista: $\{x \in \mathbb{R} \mid -8 < x < -1\}$

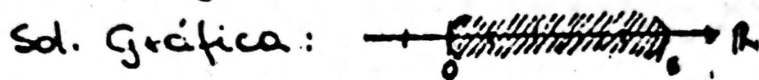


$$16. \quad x^2 - 5x < 0 \Rightarrow x(x-5) < 0 \Rightarrow$$

$$\begin{array}{l|l} x > 0 & x > 0 \\ x-5 < 0 & x < 5 \end{array} \Rightarrow 0 < x < 5$$

$$\text{ó} \begin{array}{l|l} x < 0 & x < 0 \\ x-5 > 0 & x > 5 \end{array} \Rightarrow \text{No dá solución en } \mathbb{R}$$

Sol. Conjuntista: $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 5\}$

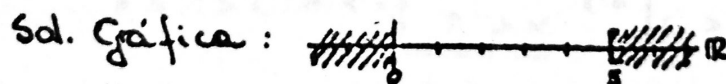


$$17. \quad x^2 - 5x \geq 0 \Rightarrow x(x-5) \geq 0 \Rightarrow$$

$$\begin{array}{l|l} x \geq 0 & x \geq 0 \\ x-5 \geq 0 & x \geq 5 \end{array} \Rightarrow x \geq 5$$

$$\text{ó} \begin{array}{l|l} x \leq 0 & x \leq 0 \\ x-5 \leq 0 & x \leq 5 \end{array} \Rightarrow x \leq 0$$

Sol. Conjuntista: $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0 \text{ ó } x \geq 5\}$



$$18. \quad x^2 - 9 \geq 0 \Rightarrow (x-3)(x+3) \geq 0$$

$$\begin{array}{l|l} x-3 \geq 0 & x \geq 3 \\ x+3 \geq 0 & x \geq -3 \end{array} \Rightarrow x \geq 3$$

ó

R

Orden en IR

$$\begin{array}{l} x-3 \leq 0 \\ x+3 \leq 0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x \leq 3 \\ x \leq -3 \end{array} \Rightarrow x \leq -3$$

Sol. Conjuntista: $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -3 \text{ ó } x \geq 3\}$



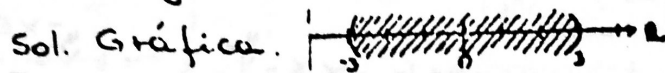
19. $x^2 - 9 < 0 \Rightarrow (x-3)(x+3) < 0 \Rightarrow$

$$\begin{array}{l} x-3 > 0 \\ x+3 < 0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x > 3 \\ x < -3 \end{array} \Rightarrow \text{No da solución en } \mathbb{R}$$

ó

$$\begin{array}{l} x-3 < 0 \\ x+3 > 0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x < 3 \\ x > -3 \end{array} \Rightarrow -3 < x < 3$$

Sol. Conjuntista: $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 3\}$



Sección IV. - Dar la solución conjuntista y la solución gráfica de:

20. $x^2 + 5 < 0$

21. $x^2 + 5 > 0$

22. $x^2 - \sqrt{3} < 0$

23. $x^2 - \sqrt{3} \geq 0$

24. $x^2 - \frac{x}{2} - \frac{1}{2} > 0$

25. $x^2 \leq -\pi$

26. $x^2 < 0$

27. $x^2 > 0$

28. $x^2 = 0$

Soluciones:

20. $x^2 \geq 0$, para todo $x \in \mathbb{R}$; $x^2 + 5 > 0$, para todo $x \in \mathbb{R}$

Sol. Conjuntista: \emptyset

21. De lo anterior (20), se concluye:

Sol. Conjuntista: \mathbb{R} ó $\{x \in \mathbb{R}\}$

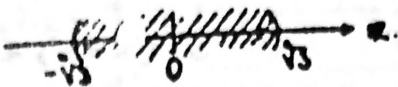
Sol. Gráfica:

22. $x^2 - \sqrt{3} < 0 \Rightarrow x^2 - (\sqrt[4]{3})^2 < 0 \Rightarrow (x - \sqrt[4]{3})(x + \sqrt[4]{3}) < 0 \Rightarrow$

Orden en \mathbb{R}

$$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} x - \sqrt[4]{3} > 0 \\ x + \sqrt[4]{3} < 0 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x > \sqrt[4]{3} \\ x < -\sqrt[4]{3} \end{array} \right\} \rightarrow \text{No da solución en } \mathbb{R} \\ \text{ó} \left. \begin{array}{l} x - \sqrt[4]{3} < 0 \\ x + \sqrt[4]{3} > 0 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x < \sqrt[4]{3} \\ x > -\sqrt[4]{3} \end{array} \right\} \rightarrow -\sqrt[4]{3} < x < \sqrt[4]{3} \end{array}$$

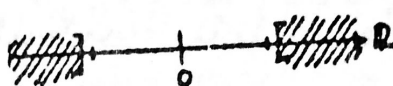
Sol. Conjuntista: $\{x \in \mathbb{R} \mid -\sqrt[4]{3} < x < \sqrt[4]{3}\}$

Sol. Gráfica: 

$$23. x^2 - \sqrt{3} \geq 0 \Rightarrow x^2 - (\sqrt[4]{3})^2 \geq 0 \Rightarrow (x - \sqrt[4]{3})(x + \sqrt[4]{3}) \geq 0 \Rightarrow$$

$$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} x - \sqrt[4]{3} \geq 0 \\ x + \sqrt[4]{3} \geq 0 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x \geq \sqrt[4]{3} \\ x \geq -\sqrt[4]{3} \end{array} \right\} \rightarrow x \geq \sqrt[4]{3} \\ \text{ó} \left. \begin{array}{l} x - \sqrt[4]{3} \leq 0 \\ x + \sqrt[4]{3} \leq 0 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x \leq \sqrt[4]{3} \\ x \leq -\sqrt[4]{3} \end{array} \right\} \rightarrow x \leq -\sqrt[4]{3} \text{ ó } x \geq \sqrt[4]{3} \end{array}$$

Sol. Conjuntista: $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -\sqrt[4]{3} \text{ ó } x \geq \sqrt[4]{3}\}$

Sol. Gráfica: 

$$24. x^2 - \frac{x}{2} - \frac{1}{2} > 0 \Rightarrow (x + \frac{1}{2})(x - 1) > 0 \Rightarrow$$

$$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} x + \frac{1}{2} > 0 \\ x - 1 > 0 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x > -\frac{1}{2} \\ x > 1 \end{array} \right\} \rightarrow x > 1 \\ \text{ó} \left. \begin{array}{l} x + \frac{1}{2} < 0 \\ x - 1 < 0 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x < -\frac{1}{2} \\ x < 1 \end{array} \right\} \rightarrow x < -\frac{1}{2} \end{array}$$

Sol. Conjuntista: $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -\frac{1}{2} \text{ ó } x > 1\}$

Sol. Gráfica: 

$$25. x^2 \leq -\pi \Rightarrow x^2 + \pi \leq 0; x^2 \geq 0 \text{ para todo } x \in \mathbb{R};$$

$$x^2 + \pi > 0 \text{ para todo } x \in \mathbb{R}$$

Sol. Conjuntista: \emptyset

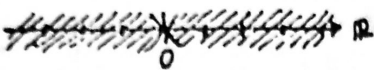
26. De lo anterior (25), se concluye:

Sol. Conjuntista: \emptyset

resu en \mathbb{R}

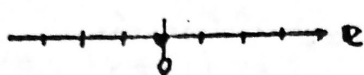
27.- De (25), se concluye:

Sol. Conjuntista: $\mathbb{R} - \{0\}$ ó $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\}$

Sol. Gráfica 

28.- $x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$

Sol. Conjuntista: $\{0\}$ ó $\{x \in \mathbb{R} \mid x = 0\}$

Sol. Gráfica: 

Sección V.- Dar la solución conjuntista y la solución gráfica de:

$$\begin{cases} 29.- \frac{3x-5}{2} < 0 \\ 3x - \frac{5}{2} > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 30.- \frac{2x+3}{4} < 1 \\ \frac{x-5}{3} \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 31.- \sqrt{x-1} = 5 \\ \frac{2x}{3} - 1 > 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 32.- 2^x = 16 \\ \frac{x-3}{2} < 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 33.- (0.25)^x = \frac{1}{8} \\ \frac{x-3}{1} \leq 2x-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 34.- 2\sqrt{x+5} = 7 \\ x < 0 \end{cases}$$

Soluciones:

$$\begin{cases} 29.- \frac{3x-5}{2} < 0 \\ 3x - \frac{5}{2} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x-5 < 0 \\ 6x-5 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{5}{3} \\ x > \frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{10}{6} \\ x > \frac{5}{6} \end{cases}$$

Sol. Conjuntista: $\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{5}{6} < x < \frac{5}{3}\}$

Sol. Gráfica: 

$$\begin{cases} 30.- \frac{2x+3}{4} < 1 \\ \frac{x-5}{3} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+3 < 4 \\ x-5 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x < 1 \\ x \geq 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ x \geq 5 \end{cases} \Rightarrow 5 \leq x < \frac{1}{2}$$

Sol. Conjuntista: \emptyset

$$\begin{cases} 31.- \sqrt{x-1} = 5 \\ \frac{2x}{3} - 1 > 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-1 = 25 \\ 2x-3 > 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 26 \\ 2x > 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 26 \\ x > \frac{9}{2} \end{cases}$$

40. De lo anterior, se concluye que:
 Sol. Conjuntista: $\mathbb{R} - \{0\}$ ó $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\}$
 Sol. Gráfica: Idem a la (27).

Sección VII. - Resolver en \mathbb{R} :

- | | |
|--|---|
| 41. $x = \left -\frac{3}{2} \right + \left \frac{1}{6} \right $ | 42. $x = \left -\frac{3}{2} + \frac{1}{6} \right $ |
| 43. $x = \left \frac{1}{6} \right - \left \frac{3}{2} \right $ | 44. $x = \left -\frac{1}{6} \right + \left -\frac{3}{2} \right $ |
| 45. $x = \left \frac{3}{2} \right - \left \frac{1}{6} \right $ | 46. $x = \left \frac{3}{2} + \frac{1}{6} \right $ |
| 47. $x = \left -\frac{1}{6} \right \cdot \left \frac{3}{2} \right $ | 48. $x = \left -\frac{1}{6} \right + \left \frac{3}{2} \right $ |
| 49. $x = \left \frac{3}{2} \right + \left -\frac{1}{6} \right $ | 50. $x = -\left \frac{3}{2} \right \cdot \left -\frac{1}{6} \right $ |

Soluciones:

- | | |
|--|---|
| 41. $x = \frac{3}{2} + \frac{1}{6} = \frac{17}{10}$ | 42. $x = \left -\frac{13}{10} \right = \frac{13}{10}$ |
| 43. $x = \frac{1}{6} - \frac{3}{2} = -\frac{13}{10}$ | 44. $x = \frac{1}{6} + \frac{3}{2} = \frac{17}{10}$ |
| 45. $x = \frac{3}{2} - \frac{1}{6} = \frac{13}{10}$ | 46. $x = \left \frac{17}{10} \right = \frac{17}{10}$ |
| 47. $x = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{10}$ | 48. $x = \frac{1}{6} + \frac{3}{2} = \frac{17}{10}$ |
| 49. $x = \frac{3}{2} + \frac{1}{6} = \frac{17}{10}$ | 50. $x = -\left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{6} \right) = -\frac{3}{10}$ |

Sección VIII. - Resolver en \mathbb{R} :

- | | | |
|-----------------|------------------|------------------|
| 51. $ x-3 = 2$ | 52. $ x-3 = -2$ | 53. $ x-3 < 2$ |
| 54. $ x-3 > 2$ | 55. $ x-3 > -2$ | 56. $ x-3 < -2$ |
| 57. $ x-3 = 0$ | 58. $ x-3 > 0$ | 59. $ x-3 < 0$ |

Soluciones:

51. $|x-3| = 2 \Rightarrow x-3 = 2 \quad \text{ó} \quad x-3 = -2$
 $x = 5 \quad \text{ó} \quad x = 1$

Sol. - $\{1, 5\}$

Ordena en \mathbb{R}

52.- $x \in \mathbb{R} \rightarrow |x| \geq 0$

Sol. conjuntista: \emptyset

53.- $|x-3| < 2 \Rightarrow -2 < x-3 < 2 \Rightarrow 1 < x < 5$

Sol. conjuntista: $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 5\}$

54.- $|x-3| > 2 \Rightarrow x-3 > 2 \quad \text{ó} \quad x-3 < -2$
 $x > 5 \quad \text{ó} \quad x < 1$

Sol. conjuntista: $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 1 \text{ ó } x > 5\}$

55.- Por (52); $x \in \mathbb{R} \Rightarrow |x| \geq 0 \Rightarrow |x| > a$ si $a \in \mathbb{R}^+$

Sol. conjuntista: \mathbb{R}

56.- Por (52), se concluye que:

Sol. conjuntista: \emptyset

57.- $|x-3| = 0 \Rightarrow x-3 = 0 \Rightarrow x = 3$

Sol. conjuntista: $\{3\}$

58.- $|x-3| > 0 \Rightarrow x-3 > 0 \quad \text{ó} \quad x-3 < 0$
 $x > 3 \quad \text{ó} \quad x < 3$

Sol. conjuntista: $\mathbb{R} - \{3\}$

59.- Por (52), se concluye que:

Sol. conjuntista: \emptyset

Sección IX. - Resolver en \mathbb{R} :

60.- $|\frac{x}{3}| = 1$

61.- $|\frac{x}{3}| < 1$

62.- $|\frac{x}{3}| > 1$

63.- $|\frac{x}{3}| = 0$

64.- $|\frac{x}{3}| \geq 1$

65.- $|\frac{x}{3}| \leq 1$

66.- $|\frac{x}{3}| \geq -1$

67.- $|\frac{x}{3}| \leq -1$

68.- $|\frac{x}{3}| = 2$

Soluciones:

60.- $|\frac{x}{3}| = 1 \Rightarrow \frac{x}{3} = 1 \quad \text{ó} \quad \frac{x}{3} = -1$

