Universidad Autónoma De Occidente

Victor Hugo Gil Avendaño

Ecuaciones Diferenciales

Febrero 13 de 2019

Aplicaciones de ED de primer orden

Situación real o problema.
Variables relacionadas de manera desconocida.

Abstracción

Modelo usando ED:

$$F(x, y, y', \cdots) = 0.$$

Solución

Solución mediante métodos análiticos o numéricos:

$$y = \phi(x).$$

Las variables x, y están relacionadas de manera conocida.

Aplicación

Al interpretar adecuadamente la fórmula $y = \phi(x)$, que puede contener constantes y parámetros no conocidos anteriormente, podemos predecir y determinar esas constantes y los valores de y.

Modelo de Malthus

En el contexto antes referido, se llaman Modelos de Malthus o Modelos malthusianos a todos aquellos en los que se considera que los nacimientos y las muertes son proporcionales a la propia población, es decir: tasa de nacimientos= aN, tasa de muertes= bN, con a y b constantes evidentemente positivas, mientras que no existen migraciones. La ecuación será por tanto:

$$\frac{dN}{dt} = aN - bN = kN$$

Modelo Logístico

El Modelo de Malthus que acabamos de estudiar implica que multitud de factores no sean tenidos en cuenta, de hecho es un modelo extremadamente simple.

Una sustancial mejora en las suposiciones del modelo de Malthus viene dada por el Modelo Logístico, propuesto por el matemático belga P. F. Verhulst en 1836. La idea de Verhulst fue mejorar el Modelo de Malthus introduciendo la competencia entre los individuos de la especie en estudio como factor que altera los nacimientos y/o las muertes. Tanto si la competencia afecta a la lucha por los alimentos, o por sobrevivir al contagio de enfermedades, o al factor de que se trate, una suposición razonable es medir dicha competencia por medio del número de contactos posibles entre dos individuos de la especie: el número de tales contactos, cuando se dispone de N individuos en total, es $\binom{N}{2} = \frac{1}{2}N(N-1)$. De esta manera la ecuación de Verhulst o ecuación logística se plantea de la forma[4]:

$$\frac{dN}{dt} = k_1 N - k_2 \frac{N(N-1)}{2} \Rightarrow \frac{dN}{dt} = r\,N\left(1 - \frac{N}{K}\right)$$