

Derivada direccional

- 30.** En las cercanías de una boya, la profundidad de un lago en el punto de coordenadas (x, y) es $z = 200 + 0.02x^2 - 0.001y^3$, donde x , y y z se miden en metros. Un pescador en un bote pequeño parte del punto $(80, 60)$ y se dirige hacia la boya, la cual se ubica en $(0, 0)$. ¿El agua bajo el bote se hace más somera o más profunda cuando el pescador parte? Explique.
- 31.** La temperatura T en una bola de metal es inversamente proporcional a la distancia desde el centro de la bola, el cual se considera como el origen. La temperatura en el punto $(1, 2, 2)$ es 120° .
- Determine la razón de cambio de T en $(1, 2, 2)$ en la dirección hacia el punto $(2, 1, 3)$.
 - Demuestre que en cualquier punto en la bola la dirección de incremento más grande de temperatura está dado por un vector que apunta hacia el origen.
- 32.** La temperatura en un punto (x, y, z) está dada por

$$T(x, y, z) = 200e^{-x^2-3y^2-9z^2}$$

donde T se mide en $^\circ\text{C}$ y x, y, z en metros.

- Determine la razón de cambio de la temperatura en el punto $P(2, -1, 2)$ en la dirección hacia el punto $(3, -3, 3)$.
- ¿En qué dirección la temperatura se incrementa más rápido en P ?
- Encuentre la razón máxima de incremento en P .

- 33.** Suponga que en una cierta región del espacio el potencial eléctrico V está dado por $V(x, y, z) = 5x^2 - 3xy + xyz$.
- Determine la razón de cambio del potencial en $P(3, 4, 5)$ en la dirección del vector $\mathbf{v} = \mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$.
 - ¿En qué dirección cambia V con mayor rapidez en P ?
 - ¿Cuál es la razón máxima de cambio en P ?

50. Investigación Considerar la función

$$f(x, y) = \frac{8y}{1 + x^2 + y^2}$$

- Verificar analíticamente que la curva de nivel de $f(x, y)$ para el nivel $c = 2$ es un círculo.
- En el punto $(\sqrt{3}, 2)$ sobre la curva de nivel para la cual $c = 2$, dibujar el vector que apunta en dirección de la mayor tasa o ritmo de incremento de la función.
- En el punto $(\sqrt{3}, 2)$ sobre la curva de nivel, dibujar el vector cuya derivada direccional sea 0.

Rastreador térmico En los ejercicios 69 y 70, hallar la trayectoria de un rastreador térmico situado en el punto P de una placa metálica con un campo de temperatura $T(x, y)$.

<u>Campo de temperatura</u>	<u>Punto</u>
69. $T(x, y) = 400 - 2x^2 - y^2$	$P(10, 10)$
70. $T(x, y) = 100 - x^2 - 2y^2$	$P(4, 3)$