Integración por partes:

$$\int f(x)g(x)\,dx = f(x)G(x) - \int f'(x)G(x)\,dx$$

en donde $G(x) = \int g(x)\,dx$

o $\int u\,dv = uv - \int v\,du$

PROBLEMAS DE REPASO DEL CAPÍTULO 15

1. Establezca la veracidad o falsedad de cada una de las siguientes proposiciones. Cada enunciado falso cámbielo por una proposición verdadera correspondiente.

a) La integral del producto de dos funciones integrables es igual al producto de las integrales.

b) La integral de la diferencia de dos funciones integrables es igual a la diferencia de las integrales.

c) La antiderivada de una función integrable es única.

d) $\int \frac{1}{x}\,dx = \ln(x) + C$

e) $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$

f) Si $f'(x) = g'(x)$ entonces $f(x) = g(x)$

g) $\int e^u du = e^u + C$

h) $\int \frac{dt}{e^t} = \frac{1}{e^t} + C$

i) $\int 3f(x)dx = 3\int f(x)dx$

j) $\int [g(x)]^n dx = \frac{[g(x)]^{n+1}}{n+1}$, $(n \neq -1)$

k) $\int \frac{dx}{x^3} = \ln|x^3| + C$

l) $\int e^n dx = \frac{e^{n+1}}{n+1} + C$

m) $\int e^{x^2} dx = e^{x^3/3} + C$

(2-11) Calcule las siguientes integrales.

2. $\int (x-2)(6x-4)dx$

3. $\int (x^2+1)^3 dx$

***4.** $\int (x^2+1)^3 2x\,dx$

5. $\int \sqrt[3]{e^x}\,dx$

6. $\int (\log 5)dx$

7. $\int \frac{e^{x+1}}{e^{x-1}}\,dx$

8. $\int \frac{3x^4+2x^3}{x^2}\,dx$

9. $\int \sqrt{x+1}\,dx$

***10.** $\int t^2\sqrt{t^3+4}\,dt$

11. $\int (x^{10}+x^9)dx$

(12-19) Por medio de una sustitución adecuada, evalúe las siguientes integrales.

12. $\int 2x(x^2-7)^{10}dx$

13. $\int e^{x^2} 2x\,dx$

14. $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^3+1}}\,dx$

15. $\int \sqrt[3]{e^x+1}\,e^x dx$

16. $\int \frac{\ln(t)}{t}\,dt$

17. $\int \frac{e^{-1/t}}{t^2}\,dt$

18. $\int \frac{1}{x\sqrt{10+\ln x}}\,dx$

***19.** $\int t^t(1+\ln t)dt$

(20-39) Con ayuda de las tablas de este libro u otros, calcule las siguientes integrales.

20. $\int \frac{2t-3}{(t-1)(t-3)}\,dt$

21. $\int \frac{5u}{\sqrt{2u+1}}\,du$

22. $\int \frac{\sqrt{9-x^2}}{x}\,dx$

23. $\int \frac{\sqrt{1-t^2}}{6t}\,dt$

24. $\int \frac{y^2}{e^y}\,dy$

25. $\int x^3 e^x dx$

26. $\int \frac{1}{1+4e^{2x}}\,dx$

***27.** $\int \log_2 x\,dx$

28. $\int \frac{2}{x(x^2+1)}\,dx$

29. $\int \frac{e^1/x}{x^2}\,dx$

30. $\int \frac{e^{-1/x}}{x^2}\,dx$

31. $\int x\ln x^2 dx$

32. $\int 6\ln\left(\frac{x}{3}\right)dx$

33. $\int \frac{\sqrt{m^2+9}}{2m}\, dm$

34. $\int \frac{dt}{t^2+10t+25}$

35. $\int \frac{dt}{t^2+10t+20}$

36. $\int \frac{5}{x(2x^4+1)}\, dx$

37. $\int \frac{du}{u\sqrt{2u^4+9}}$

38. $\int \frac{\ln x^2}{x}\, dx$

39. $\int \frac{[\ln x^2]^2}{x}\, dx$

40. $\int \frac{e^{\sqrt[3]{x}-1}}{\sqrt[3]{x^2}}\, dx$

41. Si $f'(x) = \ln(x)$ y $f(1) = 1$, determine $f(t)$

42. Si $g'(x) = e^x$ y $g(0) = 5$, determine $g(x)$

43. Si $h'(x) = 2x + 3$ y $h(0) = 5$, determine el valor de $h(1)$

44. Si $g'(x) = 1 + \ln(x)$ y $g(1) = 2$, determine el valor de $g(e)$

45. *(Costo marginal)* Si el costo marginal de cierta empresa a un nivel de producción x es $C'(x) = 10x$ y el costo de fabricar 30 unidades es \$5000, determine el costo de fabricar 40 unidades.

46. *(Ingreso marginal)* La función de ingreso marginal de una empresa es $R'(x) = 10 - 0.02x$

a) Determine la función de ingreso.

b) ¿Qué ingreso se obtendrá al vender 200 artículos?

c) ¿Cuál es la función de demanda del producto de la empresa?

d) ¿Cuántas unidades podrá vender la empresa si les fija un precio de \$5 a cada una?

47. *(Ingreso marginal)* El ingreso marginal de una empresa está dado por $R'(x) = 0.1 - 0.002x^2 - 0.000025x^{3/2}$

a) Determine la función de ingreso.

b) Determine la relación de demanda.

48. *(Ingreso y demanda)* El ingreso marginal de una empresa por su producto es $R'(x) = 20(35 - x)e^{-x/25}$. Determine la función de ingreso y la ecuación de demanda del producto.

49. *(Costo extra de producción)* Una compañía produce 200 unidades por semana de producto. Sabe que el costo marginal está dado por

$$C'(x) = 100 - 0.04x$$

Suponiendo que este costo marginal se mantenga, determine el costo extra por semana que debería considerar al elevar la producción de 200 a 300 unidades por semana.

50. *(Ingreso y demanda)* El ingreso marginal de una empresa está dado por la expresión $R'(x) = 30 - 0.02x$

a) Determine la función de ingreso.

b) Determine la relación de demanda para el producto de la empresa.

51. *(Costo marginal)* La función de costo marginal de una empresa es $C'(x) = 50 + 0.04x$

a) Determine la función de costo $C(x)$, si los costos fijos de la empresa son de \$3000 al mes.

b) ¿Cuánto costará producir 250 unidades en un mes?

52. *(Ingreso marginal)* La función de ingreso marginal de cierta empresa es

$$R'(x) = 50 - 0.04x - 0.0018x^2$$

a) Determine la función de ingreso.

b) ¿Cuál es el ingreso que se obtendrá por la venta de 200 unidades del producto de la empresa?

c) Determine la función de demanda del producto de la empresa.

53. *(Curva de aprendizaje)* Después que una persona ha estado trabajando por t horas con una máquina en particular, habrá rendido x unidades, en donde la tasa de rendimiento (número de unidades por hora) está dada por

$$\frac{dx}{dt} = 20(1 - e^{-t/30})$$

a) ¿Cuántas unidades de rendimiento alcanzará la persona en sus primeras 30 horas?

b) ¿Cuántas unidades de rendimiento alcanzará la persona en sus segundas 30 horas?

Aproxime sus respuestas al entero más cercano de unidad.

54. *(Crecimiento de población)* Una población de bacterias crece de tal manera que la razón de crecimiento en el tiempo t (medido en horas) es igual a $90x + 500/(1 + x)$. Si el tamaño de la población en $t = 0$ es 2000, ¿cuál será el tamaño de la población al cabo de 3 horas?

55. *(Costo marginal)* Una empresa tiene un costo marginal por unidad de su producto dado por

$$C'(x) = \frac{8000 \ln(x+25)}{(x+25)^2}$$

en donde x es el nivel de producción. Si los costos fijos ascienden a \$2000, determine la función de costo.

56. *(Productividad física)* La productividad física marginal, dp/dx, para una industria de zapatos es $dp/dx = 1000(1+x)$. Determine la productividad física p cuando están en funcionamiento 3 máquinas.

57. *(Productividad física)* La productividad física marginal, dp/dx, para una industria de colchones es $dp/dx = 3000(1 +$

$2x)^{1/2}$. Determine la productividad física p cuando están en funcionamiento 4 máquinas.

58. *(Reacción de una droga)* La velocidad de producción de anticuerpos t horas después de inyectar un suero, está dada por

$$K(t) = \frac{20t}{t^2 + 1} \text{ miles de anticuerpos/hora}$$

Determine el valor de t en el cual $K(t)$ es máximo y calcule el número total de anticuerpos producidos hasta ese instante.

***59.** *(Densidad de tráfico)* La densidad de tráfico en un puente durante las tres horas pico del día, varía de acuerdo con la fórmula

$$f(t) = \begin{cases} 3 + 10t & 0 \leq t < 1.5 \\ 30 - 8t & 1.5 \leq t < 3 \end{cases}$$

donde t está medido en horas a partir del inicio de la hora pico y $f(t)$ está medido en miles de vehículos por hora. ¿Cuántos vehículos cruzan el puente:

a) las primeras 1.5 horas?

b) durante el total de las tres horas pico?

***60.** *(Consumo de petróleo)* Desde 1970, la razón de consumo de petróleo en cierto país, ha sido dada en millones de barriles por día mediante la siguiente función:

$$B(t) = \begin{cases} 1 + 0.1t & \text{si } 0 \leq t < 4 \\ 1.68 - 0.07t & \text{si } 4 \leq t < 12 \\ 0.24 + 0.05t & \text{si } 12 \leq t < 18 \end{cases}$$

donde t es el tiempo en años a partir de 1970. Calcule el consumo total:

a) Entre 1970 y 1975

b) Entre 1980 y 1985

c) Entre 1970 y 1980

Nota: No olvide multiplicar $B(t)$ por 365, y suponga que todos los años tienen 365 días.

***61.** *(Aceleración)* La aceleración de un móvil en el instante t está dada por $2 + 6t m/s^2$

a) Determine la velocidad, $v(t)$, en el instante t, si la velocidad inicial en $t = 0$ es de 50 m/s.

b) Calcule la distancia, $d(t)$, recorrida por el móvil durante los primeros t segundos.

62. *(Velocidad y distancia)* La velocidad del movimiento en el instante t es $(t + 2\sqrt{t})^2$. Calcule la distancia recorrida hasta el instante t.

63. *(Velocidad y distancia)* La velocidad en el instante t de un objeto está dada por $10 - 5t$. La velocidad inicial, es decir $v(0) = 10$ metros/segundo. Determine la distancia, $d(t)$, que viaja durante t segundos y de aquí encuentre la distancia requerida para llegar al alto total.

64. En el punto $(x, f(x))$ en la gráfica de $y = f(x)$, la pendiente de la recta tangente es $f'(x) = 4x - 7$. Si el punto $(2, 2)$ pertenece a la gráfica, determine $f(x)$.

65. La pendiente de la recta tangente a la gráfica de $y = g(x)$ en cualquier punto $(x, g(x))$ está dada por $g'(x) = 2e^{2x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$. Si el punto $(0, 1)$ está en la gráfica, determine $g(x)$