Departamento de Matemáticas

Cálculo 1 Facultad de Ciencias Administrativas

LÍMITES DE FUNCIONES Y CONTINUIDAD (Actividad 2) Semana (3) 11-16 febrero 2019

Actividades para antes de clase

1. Con el propósito de continuar con el estudio del límite de una función, realice una búsqueda para responder a cada pregunta.

a. ¿Qué diferencia existe en los siguientes resultados: $\lim_{x\to\infty} f(x) = c$ y $\lim_{x\to c} f(x) = \infty$

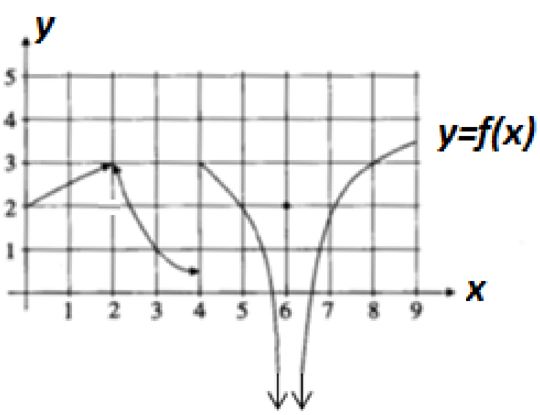
b. ¿Qué son asíntotas horizontales y verticales de la gráfica de una función?

c. ¿Qué criterios debe cumplir una función para que sea continua en el punto $x = a$?

d. ¿Qué criterios debe cumplir una función para que sea continua en un intervalo?

Actividades durante las clases

1. La siguiente gráfica corresponde a la de una función f definida en $[0,9]$. Usando la figura, comprobar lo siguiente:



a. $\lim_{x\to 4^-} f(x) = \frac{1}{2}$

b. $\lim_{x\to 4^+} f(x) = 3$

c. $\lim_{x\to 6^-} f(x) = -\infty$

d. $\lim_{x\to 8^-} f(x) = 3$

2. Explicar los resultados para las evaluaciones de los siguientes límites:

a. $\lim_{x\to 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$ b. $\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x} = \infty$ c. $\lim_{x\to 2^-} \frac{1}{\sqrt{2-x}} = \infty$ d. $\lim_{x\to 2^+} \frac{1}{\sqrt{x-2}} = -\infty$

3. Un gerente de negocios determina que t meses después de que se comienza a producir un nuevo producto, el numero de unidades producidas será P miles, donde

$$P(t) = \frac{6t^2 + 5t}{(t+1)^2}$$

Que sucede con la producción a largo plazo, cuando ($t \to \infty$). Interprete su respuesta.

4. Dada $f(t) = 3t - 5$, $g(t) = 6t^2 - 9$, determine

a. $\lim_{t \to 0^+} f(t)$

b. $\lim_{t \to 1} g(t)$

c. $\lim_{t \to \infty} g(t)$

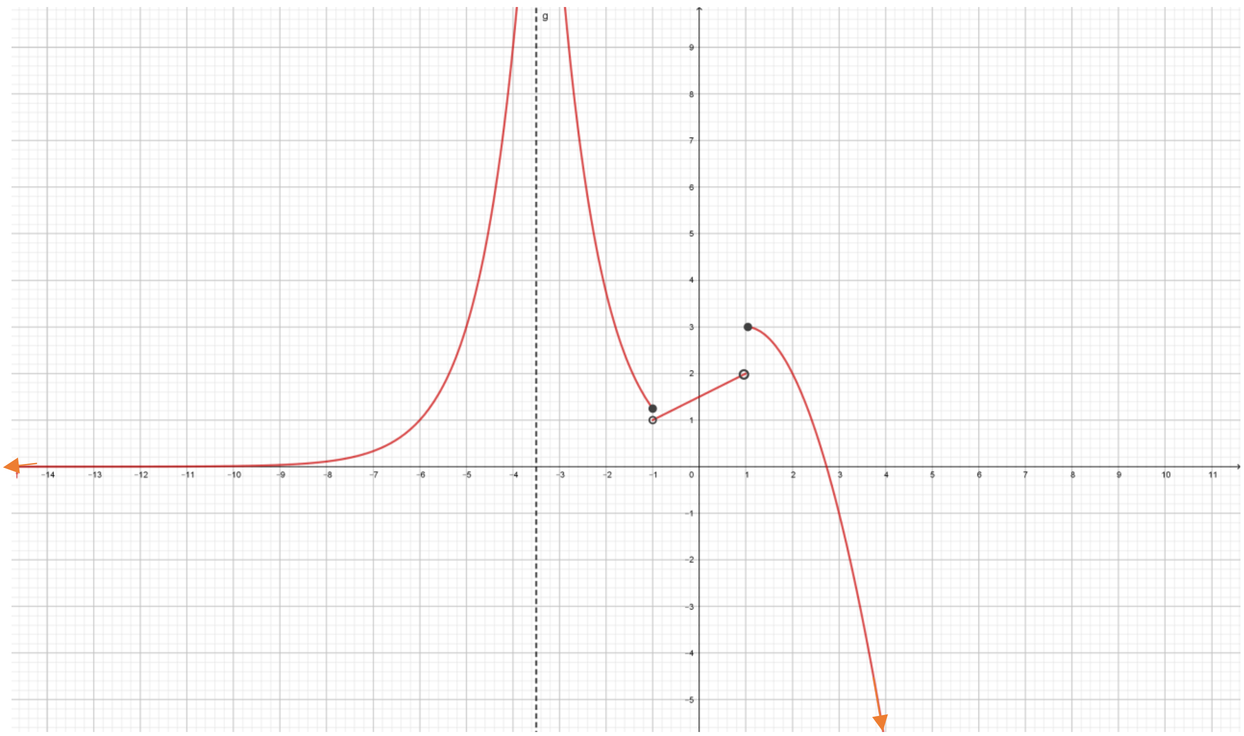
d. $\lim_{t \to \infty} \frac{g(t)}{f(t)}$

e. $\lim_{t \to \infty} f(t).g(t)$

f. $\lim_{t \to \infty} \frac{1}{9} f(t) + \frac{1}{5} g(t)$

g. $\lim_{t \to \infty} \frac{f(t)}{g(t)}$

5. Sea la función y = f(x) definida por el siguiente gráfico:



Calcule

a. $\lim_{x \to 1^+} f(x)$

b. $\lim_{x \to 1^-} f(x)$

c. $\lim_{x \to \infty} f(x)$

d. $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

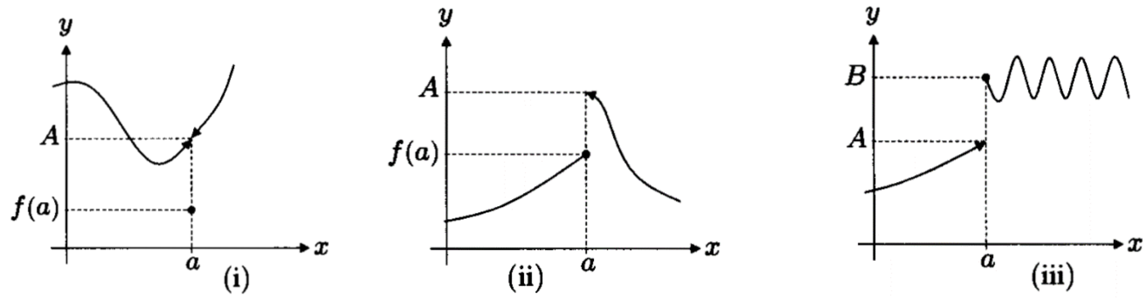
e. $\lim_{x \to -2^+} f(x)$

f. $\lim_{x \to -2^-} f(x)$

3. Texto guía (Matemáticas para la administración y los negocios, Laurence Hoffmann) ejercicios 3.6 Página 159: 2, 3 , 12, 16

Continuidad de una función en un punto

4. Considere las funciones definidas por las tres gráficas siguientes



a. ¿Estas funciones son continuas en $x = a$?

b. ¿Cuáles de esas funciones tendrán límite cuando x tiende a a?

c. Determinar en cada caso el límite de $f(x)$ cuando $x \to a^-$ y $x \to a^+$

d. ¿Cuáles de estas funciones son continuas por la izquierda en a y cuáles lo son por la derecha de a?

e. ¿Cuál es el límite de $f(x)$ cuando $x \to \infty$ en el caso (iii)

5. Texto guía ejercicios 3.6 Página 159: 22, 26, 35

6. Ejercicios de aplicación Texto guía ejercicios 3.6 Página 160: 43, 46, 48,50

7. Suponga que el costo $\boldsymbol{C}$ en miles de dólares, para obtener $1m^3$ de agua que contiene p por ciento de impurezas está dada por

$$C(p) = \frac{1200}{100 - p}$$

a. Estime por aproximación el $\lim_{p \to 100^-} C(p)$. Interprete su resultado.

b. Encuentre $\lim_{p \to 0^+} C(p)$ si existe. Interprete su resultado.

¿Se puede obtener la pureza total? Explique

8. Para que valor de a es continua las siguientes funciones

a. $f(x) = \begin{cases} ax - 1, si \leq 1 \\ 3x^2 + 1,\ si\ x > 1 \end{cases}$

b. $f(x) = \begin{cases} 4x - 3, si\ x \leq 0 \\ x^3 + a, si\ x > 0 \end{cases}$

9. Sea

$$y = f(x) = \begin{cases} -100x + 600, si\ 0 \leq x < 5 \\ -100x + 1100, si\ 5 \leq x < 10 \\ -100x + 1600, si\ 10 \leq x < 15 \end{cases}$$

Una función como la anterior podría describir el inventario y de una compañía en el instante x .

a. ¿ f es continua en $x = 2$?

b. ¿ f es continua en $x = 5$?

c. ¿ f es continua en $x = 10$?

d. Utilice geogebra para hacer un bosquejo de la grafica de $f(x)$, y discuta donde esta función tiene discontinuidades.

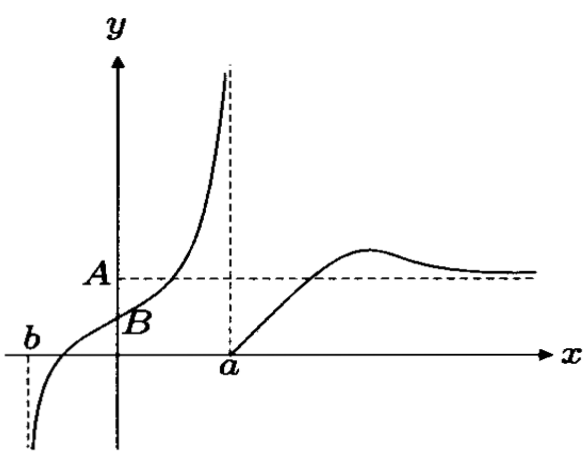
Actividades después de las clases

8. Texto guía (Matemáticas para la administración y los negocios, Laurence Hoffmann) ejercicios 3.6 Página 159 1,4, 10, 14

9.Calcular los siguientes límites:

a. $\lim_{x\to 0^-} \frac{x+|x|}{x}$ b. $\lim_{x\to 0^+} \frac{-1}{\sqrt{x}}$ c. $\lim_{x\to 3^-} \frac{x}{x-3}$

10. La siguiente gráfica corresponde a la de una función está definida para $x > b$. Determine los siguientes límites



a. $\lim_{x\to b^+} f(x)$ b. $\lim_{x\to a^-} f(x)$

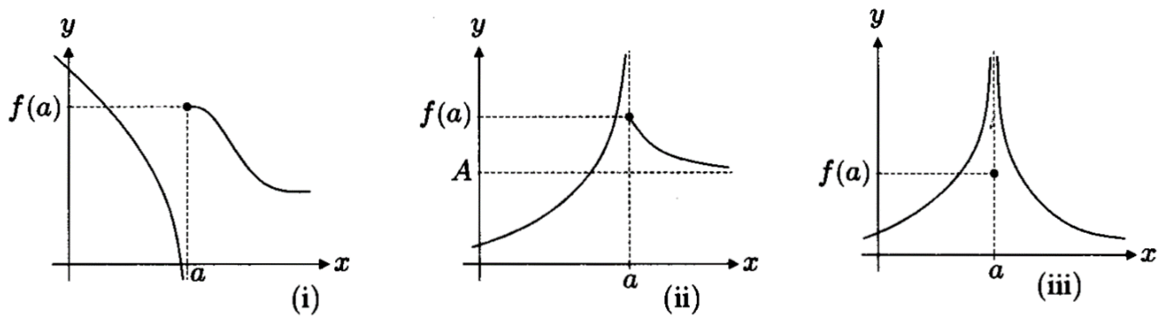
c. $\lim_{x\to a^+} f(x)$ d. $\lim_{x\to \infty} f(x)$

e. Sólo uno de los límites está definido. ¿Cuál?

$\lim_{x\to -\infty} f(x)$ $\lim_{x\to 0} f(x)$ $\lim_{x\to b^-} f(x)$

Continuidad de una función en un punto

11. Considere las funciones definidas por las tres gráficas siguientes



a. ¿Estas funciones son continuas en $x = a$?
b. ¿Cuáles de esas funciones tendrán límite cuando x tiende a a?
c. Determinar en cada caso el límite de $f(x)$ cuando $x \to a^-$ y $x \to a^+$
d. ¿Cuáles de estas funciones son continuas por la izquierda en a y cuáles lo son por la derecha de a?
e. ¿Cuál es el límite de $f(x)$ cuando $x \to \infty$ en el caso (ii).

12. **Tarifa telefónica** Supóngase que la tarifa telefónica de larga distancia para una llamada desde Cali , Colombia, a los Ángeles, California, es de $200 por el primer minuto y de $30 por cada minuto o fracción adicional. Si y=f(t) es una función que indica el cargo total y por una llamada de t minutos de duración, haga el bosquejo de la gráfica de f para $0 < t \leq 4\frac{1}{2}$. Utilice esta gráfica para determinar los valores de t en los cuales ocurren discontinuidades, donde $0 < t \leq 4\frac{1}{2}$.

13. Texto guía ejercicios 3.6 Página 159: 23, 28

14. Ejercicios de aplicación Texto guía (Matemáticas para la administración y los negocios, Laurence Hoffmann) ejercicios 3.6 Página 160: 44, 45, 47,51,53

15. Cuando se inicia un nuevo trabajo en una instalación de producción, puede esperarse que los empleados ensamblan n artículos por hora t semanas de trabajo, donde

$$n(t) = 70 - \frac{150}{t+4}$$

A los empleados se les paga 20 centavos de dólar por cada artículo que ensamblan.

a. Encuentre una expresión para la cantidad de dinero $A(t)$ que un empleado gana por hora t semanas de experiencia.

b. ¿Cuánto dinero por hora espera ganar a largo plazo un empleado cuando $(t \to \infty)$?

16. Los costos de embarque a menudo se basan en una fórmula que produce un costo inferior por kilogramo conforme aumenta la magnitud del embarque. Suponga que x kilogramos es el peso de una remesa, $C(x)$ es el costo total del embarque con

$$C(x) = \begin{cases} 0.80x & \text{si} \quad 0 < x \le 50 \\ 0.70x & \text{si} \quad 50 < x \le 200 \\ 0.65x & \text{si} \quad 200 < x \end{cases}$$

a. Trace la gráfica de *C*.
b. Determine cada uno de los siguientes límites (si estos existen).

$$\lim_{x \to 50^+} C(x) \qquad \lim_{x \to 50^-} C(x) \qquad \lim_{x \to 200^+} C(x) \qquad \lim_{x \to 200^-} C(x)$$