



Institución vigilada por MinEducación

Departamento de Matemáticas

Cálculo 1 Facultad de Ciencias Administrativas -

LÍMITES DE FUNCIONES (Actividad 1) Semana (1-2) 28 Enero -9 Febrero 2019

Actividades para antes de clase

1. Con el propósito de iniciar el estudio del límite de una función, realice una búsqueda para responder a cada pregunta.

- ¿Qué diferencia existe entre los conceptos relación y función?
- ¿Qué se entiende por límite de una función?
- ¿Qué se entiende por límites laterales?
- ¿Cuándo existe un límite bilateral?
- ¿Cuáles son las propiedades de los límites?

Actividades durante las clases

1. Complete cada tabla y determine si el límite existe.

$$f(x) = \frac{2 - x - x^2}{x - 1} \quad \text{encontrar} \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

x	0 0.9	0. 0.99	0. 0.999	0. 0.9999	1	1. 1.0001	1. 1.001	1. 1.01	1. 1.1
$f(x)$?				

2. Si n veces al año se invierten \$1000 con un interés compuesto de 5%, después de un año, el balance será

$$1000(1 + 0.05x)^{\frac{1}{x}}$$

Donde $x = \frac{1}{n}$ es la duración del periodo compuesto. Por ejemplo, si $n=4$, el periodo compuesto es de $\frac{1}{4}$ año de duración. Cuando la duración del periodo compuesto tiende a cero, se afirma que el interés esta

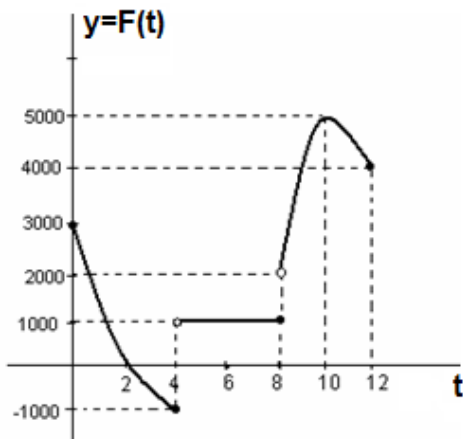
Compuesto continuamente y después de 1 año el balance esta dado por el limite

$$B = \lim_{x \rightarrow 0} 1000(1 + 0.05x)^{\frac{1}{x}}$$

Estime el valor de este límite complementando la siguiente tabla:

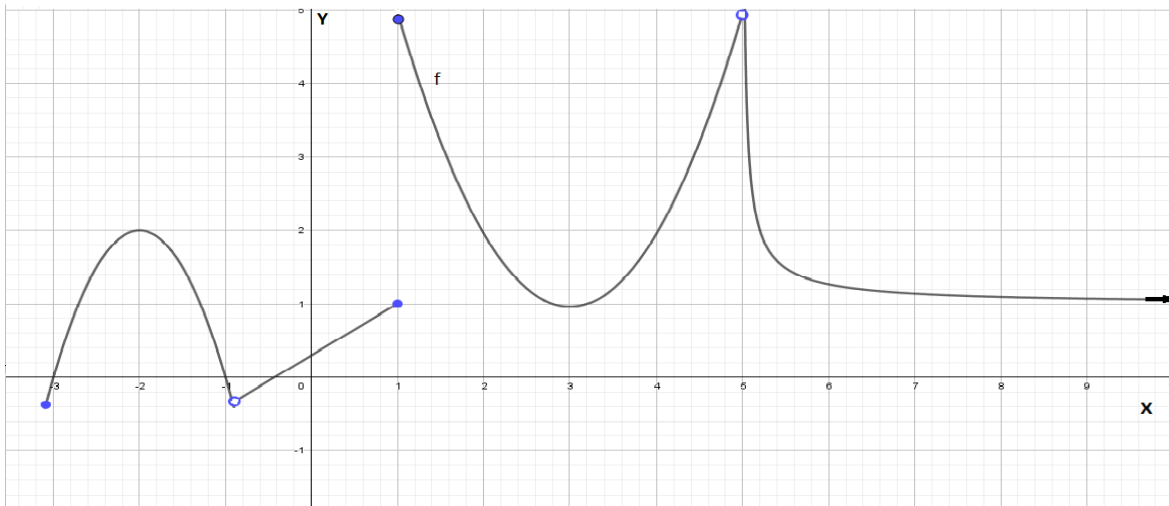
x	1	0.1	0.01	0.001	0.0001
$\lim_{x \rightarrow 0} 1000(1 + 0.05x)^{\frac{1}{x}}$					

3. A partir de la gráfica de la función $y = F(t)$, encuentre los siguientes límites



$\lim_{t \rightarrow 4^-} F(t) =$	$\lim_{t \rightarrow 4^+} F(t) =$	$\lim_{t \rightarrow 4} F(t)$ ¿Qué concluye? ¿porqué?
$\lim_{t \rightarrow 10^-} F(t) =$	$\lim_{t \rightarrow 10^+} F(t) =$	$\lim_{t \rightarrow 10} F(t)$ ¿Qué concluye? ¿porqué?

4. Dada la gráfica de la función f



$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -1} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 5} f(x)$$

a. Determine los siguientes límites:

b. Indique los valores de x en los que el límite de la función no existe y justifique su respuesta.

c. Que sucede cuando x crece sin límite. Interprete su respuesta.

5. Utilice las propiedades o teoremas de los límites y métodos algebraicos para encontrar los siguientes límites si existen.

a. $\lim_{x \rightarrow 2} 2x - x^5$	b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 4x + 3}$	c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x}$	d. $\lim_{x \rightarrow 1} x - 1 $
e. $\lim_{t \rightarrow 3} \frac{\frac{1}{t} - \frac{1}{3}}{t - 3}$	f. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(x+h)^2 - 2x^2}{h}$	g. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ donde $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 4}{x - 3} & \text{para } x \leq 2 \\ \frac{3 - x^2}{x} & \text{para } x > 2 \end{cases}$	h. si $f(x) = \sqrt{x}$, encuentre $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

6. Calcular los siguientes límites:

a. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$ b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$

7. Si $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + g(x)] = 5$ y $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 11$, encuentre:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)^2 - g(x)^2]$ b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3g(x)}{f(x) - g(x)}$

8. Bosqueje, como mejor pueda, la gráfica de una función F que satisfaga todas las condiciones dadas

- Su dominio es el intervalo $[0,4]$
- $F(0) = F(1) = F(2) = F(3) = F(4) = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 1} F(x) = 2$
- $\lim_{x \rightarrow 2} F(x) = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 3^-} F(x) = 2$
- $\lim_{x \rightarrow 3^+} F(x) = 1$

9. En el siguiente ejercicio determine el valor de las constantes a y b que hagan la función f posea límite en todo su dominio.

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x \leq 3 \\ ax + 4 & \text{si } 3 < x < 5 \\ x^2 - 2b & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

10. El volumen de ventas mensual promedio $S(x)$ (en miles de dólares) de una empresa depende del número de horas x de capacitación de su personal de ventas, de acuerdo con:

$$S(x) = \frac{4}{x} + 30 + \frac{x}{4}, \quad \text{con } 4 \leq x \leq 100$$

a. Encuentre $\lim_{x \rightarrow 4^+} S(x)$. Interprete su respuesta

b. Encuentre $\lim_{x \rightarrow 100^-} S(x)$. Interprete su respuesta

11. El costo (en pesos) de eliminar $x\%$ de la polución del agua en cierto riachuelo esta dado por

$$C(x) = \frac{75000x}{100 - x}$$

para $0 \leq x \leq 100$

- Hallar el costo de eliminar la mitad de la polución
- El porcentaje de la polución puede eliminarse con \$ 20000000
- Evalúe e interprete el resultado de $\lim_{x \rightarrow 100} C(x)$

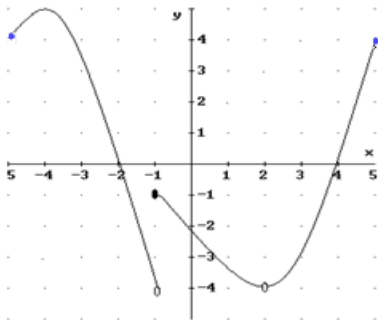
Actividades después de las clases

1. Complete la tabla y determine si el límite existe.

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 1 & \text{para } x < 1 \\ 8 - 2x - x^2 & \text{para } x \geq 1 \end{cases} \quad \text{encontrar } \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

x	0.9	0.99	0.999	0.9999	1	1.0001	1.001	1.01	1.1
$f(x)$?				

2. En la gráfica de la función f , analiza la existencia de los siguientes límites



a. $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$

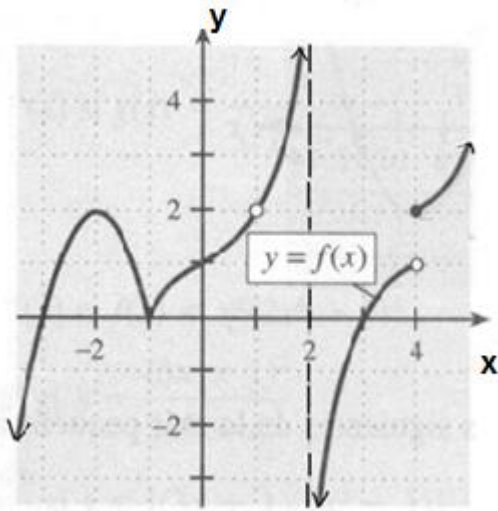
b. $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) =$

c. $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) =$

d. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$

e. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$

3. Dada la gráfica de la función f , analiza la existencia de los siguientes límites



a) Dominio y rango de la función

b) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) =$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$

4. Utilice las propiedades o teoremas de los límites y métodos algebraicos para encontrar los siguientes límites, si existen.

a. $\lim_{x \rightarrow \sqrt{7}} -3$	b. $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{3 - \sqrt{x}}{9 - x}$	c. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^2 - 1}{4x^2 + 8x + 3}$	d. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2}$	e. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 10x + 25}$
f. $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x - 4}{ x - 4 }$	g. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 - 3x}{x}$	h. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$, donde $f(x) = \begin{cases} x^2 + \frac{4}{x} & \text{para } x \leq -1 \\ \frac{3 - x^2}{x} & \text{para } x > -1 \end{cases}$	i. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x}{2x^2 - x^3}$	j. si $f(x) = x^3$, encuentre $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

5. Asuma que $\lim_{x \rightarrow -2} m(x) = -7$; $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 7$ y $\lim_{x \rightarrow -2} r(x) = -4$.

Con la información anterior calcule :

a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(f-r)(x)}{m} \cdot (f+r)(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow -2} 4 - \left(\frac{m+f}{r} \right)(x)$

7. En el siguiente ejercicio determine el valor de las constantes a y b que hagan la función g posea límite en todo su dominio.

$$g(x) = \begin{cases} 3x + 6a & \text{si } x < -3 \\ 3ax - 7 & \text{si } -3 \leq x \leq 3 \\ x - 12b & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

8. Durante un turno de 8 horas, la tasa de cambio de la productividad (en unidades por hora) de fonógrafos infantiles ensamblados después de trabajar t horas es:

$$r(t) = \frac{128(t^2 + 6t)}{(t^2 + 6t + 18)^2} \quad \text{con } 0 \leq t \leq 8$$

a) Encuentre $\lim_{t \rightarrow 4} r(t)$ Intérprete su respuesta

b) Encuentre $\lim_{t \rightarrow 8} r(t)$ Intérprete su respuesta

c) ¿La tasa de productividad es mayor cerca de la hora del almuerzo (en $t = 4$) o cerca de la hora de salida (en $t=8$)?

9.

- Escriba, de forma algebraica, dos funciones que tenga el mismo límite en $x = 0$.
- Escriba, de forma algebraica, una función que tenga el mismo límite en $x = 0$ y $x = 3$.
- ¿Una función puede poseer más de un límite en un punto?. Explique.
- ¿Qué relación hay entre los límites laterales y el límite? ¿Cómo puede usarse esta relación para calcular límites o para demostrar que no existen? Dé ejemplos.

10. Acceda al siguiente link:

<https://www.geogebra.org/m/AHmFUD9a>.

y responda las preguntas que ahí se encuentran.

11. Una piscina se vacía según la función

$$v(t) = \frac{\sqrt{t+3} - 2}{t-1}$$

Donde V es el volumen expresado en m^3 y t el tiempo en horas. ¿A que valor se aproxima el volumen cuando el tiempo se aproxima a la hora?.